BHS
II K
18

BHS II K 18

[illegible], 1810

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke
Aktiengesellschaft
Bibliothek:
Gruppe: II K
B. Nr. 18

<36640849710017
<36640849710017
Bayer. Staatsbibliothek

Erleichterter Unterricht
in der
Decimalrechenkunst.

Nebst deren Anwendung
auf das im Königreich Westphalen eingeführte System
der
Münzen, Maasen und Gewichte.

Unabhängig von der Theorie der gewöhnlichen Brüche
dargestellt

von
Elkan Marcus Hahn
der Philosophie Doctor und Königl. Preuß.
Cammer-Geometer.

Cassel,
in der Kriegerschen Buchhandlung.
1809.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem Herrn

Israel Jacobson

Präsidenten des Königl. Westphälischen Consistoriums der Israeliten, Mitgliede der Reichsstände u. s. w. u. s. w.

BIBLIOTHEK
DER K.B. GENERAL
BERGW. U. SALINEN
ADMINISTR.

ehrfurchtsvoll gewidmet

vom Verfasser.

Vorrede.

Lange schon war es der Wunsch der Geometer, eine unsrem Zahlensystem anpassende Abtheilung der Münzen, Maaße und Gewichte allgemein eingeführt zu sehen, und die seit einiger Zeit in Frankreich und nunmehr auch im Königreich Westphalen eingeführte Abtheilung, läßt wohl schwerlich etwas zu wünschen übrig. Alle verschiedene Arten von Maaßen stehen sowohl unter

sich als mit unsrer sphärischen Erde in der engsten Verbindung, indem die Einheit des Längenmaases, der Metre, welcher nach dem durch Paris gelegten Meridian gemessen, ein Zehnmilliontheil vom Abstande des Pols vom Aequator ist, bey allen übrigen zum Grunde liegt.

Gleichwie aber jede Neuerung, seye sie auch noch so vortheilhaft, noch so zweckmäßig, mit vielen Schwierigkeiten verknüpft ist, so dürfte dieß bey dem neu einzuführenden Decimalsysteme um so mehr der Fall seyn, da die Theorie der Decimalbrüche bisher bey den sogenannten Geschäftsrechnungen gänzlich außer Acht gelassen wurde, und die der gewöhnlichen Brüche, auf welcher erstere in allen Büchern begründet wird, für Geschäftsleute zu ermüdend ist, als daß wir von ihnen ein abermaliges Studium dieser Theorie fordern könnten. In dieser Hinsicht habe ich es

versucht, die Lehre von den Decimalbrüchen mit der der ganzen Zahlen in die genaueste Verbindung zu bringen, und sie daher mit gänzlicher Vermeidung der gewöhnlichen Brüche vorzutragen. Ich glaube durch diese Darstellungsart, durch eine deutliche Auseinandersetzung des neuen Systems der Maaße und Gewichte, und durch eine unmittelbare Anwendung jener Lehre auf Gegenstände der Arithmetik, den unschätzbaren Nutzen dieses Systems vor Augen zu legen, und den Gebrauch desselben zu erleichtern. Selbst in mathematischer Hinsicht finde ich es angemessen, die Decimalbrüche in Verbindung mit den ganzen Zahlen abzuhandeln.

Aus den hier angegebenen Gesichtspuncten wünschte ich gegenwärtiges Werkchen beurtheilt zu sehen, und bitte ich noch, die sich eingeschlichenen und sorgfältig aufgezeichneten Druck-

fehler nicht mir zur Last zu legen, da die große Entfernung vom Druckorte es mir unmöglich gemacht hat, ihm die Correctheit zu geben, welche ich wohl gewünscht hätte.

Cassel den 6ten Februar 1809.

Der Verfasser.

Inhalt.

	Seite.	§.
Einleitung	1	1
Einheit, Zahl, ganze Zahl, gebrochene Zahl, Bildung der Zahlen . .	1	1
Zweckmäßige Benennungen der Zahlen, um vermittelst weniger Benennungen alle mögliche Zahlen ausdrücken zu können . . .	3	2
Bezeichnung aller Zahlen vermittelst der zehn Zeichen oder Ziffern	4	3
Eine ganze Zahl auszusprechen . . .	10	6
Ursprung der Decimalbrüche und der Decimalzahlen	12	7
Darstellung und Bezeichnung der Decimalbrüche	13	8
Eine Decimalzahl bleibt ungeändert, wenn zur rechten oder linken Seite derselben so viel Nullen, als man will, angehängt werden	14	9
Eine Decimalzahl wird 10, 100, 1000 2c. mal vergrößert oder verkleinert, wenn das Comma um so viele Stellen gegen die rechte oder linke Seite zu gerückt wird, als die Anzahl der Nullen angiebt	16	10
Eine Decimalzahl auszusprechen . . .	17	11
Eine ausgesprochene Decimalzahl hinzuschreiben	19	12
Was eine genannte u. ungenannte Zahl sey	21	13
Von der Addition der Decimalzahlen.		
Gründe zur Vermuthung, daß alle Operationen der ganzen Zahlen unmittelbar auf die Decimalzahlen anwendbar seyen . . .	22	14
Summe, Addition, addiren .	23	15
Gründe, auf denen die Addition der Decimalzahlen beruhet	23	15
Regeln zur Addition der Decimalzahlen .	23	15
Von der Subtraction der Decimalzahlen.		
Subtraction, Rest, Differenz, Minuendus, Subtrahendus .	27	16
Gründe, auf denen die Subtraction der Decimalzahlen beruhet, und die hierbey zu befolgenden Regeln	28	17

	Seite.	§.
Von der Probe der Addition und Subtraction	33	21
Von der Multiplication der Decimalzahlen.		
Ursprung der Multiplication, sowohl durch ganze als durch Decimalzahlen . . .	36	23
Multipliciren, Multiplicandus, Multiplicator, Product, Factoren	37	23
Gründe, auf denen die Multiplication beruhet	37	24
Der Pythagoräische Rechentisch . . .	39	25
Das Product zweyer Zahlen bleibt einerley, in welcher Ordnung man auch multipliciren mag, und jeder Factor giebt an, wie oft der andere im Producte enthalten ist . . .	41	26
Multiplication einer mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige	42	27
Wenn dem Multiplicandus und Multiplicator zur rechten Seite Nullen angehängt sind, so werden dem Producte eben so viele Nullen angehängt, als beyde Factoren zusammen haben	44	28
Allgemeine Regel zur Multiplication einer mehrziffrigen Zahl durch eine mehrziffrige .	46	29
Multiplication einer Decimalzahl durch eine ganze	47	30
Multiplication zweyer Decimalzahlen in einander	48	31
Von der Division der Decimalzahlen.		
Erklärung der Division	49	32
Quotient, Dividendus, Divisor	50	32
Ursprung der Division	50	32
Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige	51	34
Allgemeine Regel zur Division ganzer Zahlen	62	41
Wenn dem Dividendus und Divisor zur rechten Seite Nullen angehängt sind, so können, ohne Veränderung des Quotienten, von beyden eine gleiche Anzahl derselben abgeschnitten werden	63	42

	Seite.	§.
Wenn der Quotient der Division keine ganze Zahl ist, so kann er durch Decimalbrüche ausgedrückt werden	64	43
Division einer Decimalzahl durch eine ganze	66	44
Allgemeine Regel zur Division einer Decimalzahl durch eine Decimalzahl . .	69	45
Bezeichnung der Multiplication und Division	71	46
Jeder gewöhnliche Bruch ist dem Quotienten der Division gleich, wovon der Zähler der Dividendus, der Nenner aber der Divisor ist, und kann daher in einen Decimalbruch verwandelt werden	73	47
Probe der Division und Multiplication	74	48
Von der abgekürzten Multiplication und Division der Decimalzahlen . .	75	49
Auseinandersetzung des neuen im Königreich Westphalen eingeführten Maases nebst Anwendung desselben auf die Arithmetik.		
Benennungen der verschiedenen Arten von Maasen	80	51
Beyspiele von Aufgaben, welche am häufigsten in der Arithmetik vorkommen . .	83	52
Von den Proportionen . . .	89	59
Aufgaben, welche auf die Proportionen führen	89	60
Verhältniß und Proportion .	91	72
Bezeichnung der Proportion, vorderes und hinteres Glied derselben . .	92	63
Das Product der äußern Glieder einer Proportion ist dem der mittleren gleich .	93	64
Versetzungen, welche mit den Gliedern einer Proportion vorgenommen werden können, ohne sie aufzuheben	94	65
Aus drey Gliedern einer Proportion das vierte zu finden; Regel de Tri . .	95	66
Sorgfalt beym Ansetzen der Zahlen in eine Proportion	96	68
Was ein umgekehrtes Verhältniß sey .	98	69

Druckfehler.

Seite.	Zeile.	
3	7	von unten, statt: und auf, lies: und die auf
3	6	— — — da — sollte
9	—	der zwischen der 14. und 15. Stelle befindliche dickere Strich kommt eigentlich zwischen der 15ten und 16ten Stelle.
12	9	— — statt: §. 5. lies: §. 6.
12	15	— — — fortwirkt — fortrückt
13	7	— — — beysetzi — beysetzt
14	2	— — — folgenden — fehlenden
15	11	— — — Zehntel — Zehner
15	12	— — — Hundertel — Zehntel
17	4	— — — linken — rechten
		— — — rechten — linken
24	6	— — — und dann — und sie dann
24	3	— — — diese — dieß
25	1	— — — der — die
27	5	— — — andern — andere
30	8	— — — Hundertel — Tausendtel
30	7	— — — 6 Hundertel — 6 Tausendtel
32	2	— — — obere Ziffer — obere folgende Ziffer
—	7	— — — neune — neun
38	13	— — — Stelle — Zahl
38	4	— — — man — man hat
40	6	— — — aus — auch
44	11	— — — daß — daß man
44	9	— — — die man bedeutender — die bedeutenden
50	17	— — — einen — einem
57	5	— — — 5781 — 57981
61	3	— — — müssen — müßte
69	5	— — — 234 — 2,34
80	2	— — — Cubic — Cubik
84	14	— — — $714^{fr},95$ — $714^{fr},945$
94	8	— — — dann — denn

Erleichterter Unterricht
in die
Decimalrechnung.

Einleitung.

§. 1.

Jedes einzelne Ding kann entweder aus andern einzelnen Dingen (Theilen), als zusammengesetzt betrachtet werden, oder wir abstrahiren von seiner Zusammensetzung aus Theilen und betrachten es bloß als einzelnes Ding. Sobald dieses letztere geschieht, erhalten wir einen richtigen Begriff von dem, was man in der Rechenkunst die Einheit nennt; und sobald wir das Daseyn mehrerer einzelner gleichartiger Dinge, oder mehrerer gleicher Theile eines und desselben Dinges wahrnehmen, erhalten wir einen Begriff von einer Zahl. Im

ersten Falle von einer ganzen Zahl, und im zweyten von einer gebrochenen Zahl oder einem Bruch. Sehe ich einen Apfel und mehrere Aepfel, so erhalte ich einen Begriff von der Einheit und Vielheit. Wird sodann die Einheit mit der Vielheit verglichen, d. h. wird sodann untersucht, wie oft das einzelne Ding (hier ein Apfel) genommen werden muß, um die gegebene Menge (hier die Aepfelmasse) hervorzubringen, so stellt sich uns der Begriff von einer ganzen Zahl dar, welche also aus der Vereinigung mehrerer Einheiten entspringt. So bildet die Einheit, zu sich selbst hinzu gesetzt, die Zahl zwey. Wird zu dieser ferner eine Einheit hinzu gesetzt, so erhält man die Zahl drey; und man kann offenbar auf diese Art eine unbegränzte Menge ganzer Zahlen bilden, weil aus jeder noch so großen Zahl durch fernere Hinzusetzung einer Einheit eine noch größere gebildet werden kann. Hält man hingegen die Einheit mit einem oder mehreren verschiedenen gleichen Theilen derselben zusammen, so stellt sich uns der Begriff von einer gebrochenen Zahl dar. Denken wir uns z. B. einen Apfel in sechs gleiche Theile zerschnitten, und fünf solcher Theile genommen, so stellt sich uns bey Betrachtung dieser einzelnen Stücke der Begriff der ganzen Zahl fünf dar. Indem wir aber jedes dieser Stücke als einen Theil, also gleichsam als ein

abgebrochenes Stück des ganzen Apfels betrachten, stellt sich uns der Begriff von einem Bruch dar. Wird sodann die Art dieses Theils, d. i. der wievielste er vom Ganzen ist (hier der sechste) mit der vorigen Anzahl (fünf) dieser Theile in Verbindung gebracht, so erhalten wir einen richtigen Begriff von der Zahl fünf Sechstel.

§. 2.

Wollte man nun für jede ganze Zahl eine eigene Benennung, und zur Abkürzung in der Schrift auch ein eignes Zeichen wählen, so würde man, da die Menge der ganzen Zahlen unbegrenzt ist, mit dieser Benennung und Bezeichnung nie zu Ende kommen; und dieser Umstand mußte nothwendigerweise auf einen Kunstgriff führen, durch welchen man vermittelst weniger Benennungen und Zeichen alle mögliche Zahlen darzustellen im Stande sey. Wir geben in dieser Hinsicht nur den ersten zehn Zahlen die eignen Benennungen: eins, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn; und auf zehn unmittelbar folgende Zahl, da nach der Analogie der übrigen Zusammensetzungen schon eins und zehn oder einzehn, so wie die hierauf folgende zwey und zehn oder zweyzehn heißen sollte. Allein man giebt diesen beyden Zahlen noch die eignen Benennungen eilf und zwölf; die folgenden Zahlen

aber erhalten angemessene Zusammensetzungen wie dreyzehn, vierzehn, und so fort, bis wir auf eine Zahl kommen, die zweymal so groß als zehn ist, und welche wir zwanzig nennen. Dann fangen wir wieder von eins an bis wir auf eine Zahl kommen, die drey, vier, fünf, u. s. w. bis neunmal so groß ist, als zehn, und nennen solche dreyßig, vierzig, funfzig, sechzig, siebenzig, achtzig, neunzig, bis wir auf eine Zahl kommen, die zehn mal so groß als zehn ist, welche wir ein Hundert nennen. Dann zählen wir wieder von eins angefangen, und erhalten auf diese Art zwey Hundert, drey Hundert, vier Hundert, . . . neun Hundert. Zehnmal Hundert nennen wir ein Tausend; tausendmal Tausend eine Million; eine Million Millionen eine Billion; eine Million Billionen eine Trillion ꝛc.

§. 3.

Bey der Darstellung der Zahlen durch Zeichen hat man für die ersten neun Zahlen folgende neun eigne Zeichen oder Ziffern angenommen:

1. 2. 3 4. 5. 6 7. 8. 9.

und überdieß noch das Zeichen 0 (Null), dessen Gebrauch alsbald erklärt werden soll. Um vermittelst dieser zehn Zeichen alle noch so große Zahlen ausdrücken zu können, legt man jeder der neun

Ziffern außer ihrem absoluten Werth noch einen besondern, von ihrer Stelle abhängigen Werth bey, und diese Erfindung, welche wir den Arabern, oder vielleicht den ältern Völkern Indiens verdanken, ist gewiß eine der sinnreichsten Erfindungen des menschlichen Geistes. So kann die Ziffer 1, welche die Einheit ausdrückt, auch gebraucht werden, eine Zusammensetzung von zehn Einheiten auszudrücken, welche man einen Zehner oder eine Einheit der zweyten Ordnung nennt, wenn man sie um eine Stelle weiter gegen die linke Seite zu rückt. Die Ziffer 2, welche zwey Einheiten ausdrückt, wird auf eben die Art gebraucht um zwey Zehner, oder eine Zusammensetzung von zwanzig Einheiten auszudrücken, und so fort. Um aber den Ziffern 1, 2, 3 rc. die Stellen zu geben, welche sie einnehmen müssen, um Zehner auszudrücken, wird das oben angeführte Zeichen, 0, gebraucht, welches an und für sich keinen Werth hat, und bloß zur Bestimmung der Stelle der übrigen Ziffern dient.

Eine Einheit, welcher zur rechten Seite ein Null angesetzt ist (wie 10), giebt also eine Einheit der zweyten Ordnung oder einen Zehner an.

§. 4.

Vermöge dieses Gesetzes ist es nun leicht, die Zahlen eilf, zwölf, dreyzehn rc. bis neunzehn aus-

zudrücken, indem man statt der Ziffer Null nur nach einander die Ziffern 1, 2, 3 ꝛc. zu setzen braucht, und diese Zahlen werden daher folgendermaßen geschrieben werden:

11, 12, 13 . . . . . . 19.

Nachdem man bis zu 19 gelangt ist, wird das fernere Hinzusetzen einer Einheit diese Zahl in zwanzig Einheiten oder zwey Zehner verwandeln, wofür man 20 schreibt. Es ist dann leicht, wenn statt des Zeichens 0 nach einander die Ziffern 1, 2, 3 ꝛc in diesen Ausdruck substituirt werden, die Zahlen 21, 22, 23 ꝛc. bis 29 zu bilden, wo sodann das fernere Hinzusetzen einer Einheit diese Zahl in dreyßig Einheiten oder 3 Zehner verwandeln wird, wofür man 30 schreibt.

Man kann auf diese Art bis neun Zehner rechnen und ferner neun Einheiten hinzusetzen, welches neun und neunzig, oder 99 macht. Setzt man ferner eine Einheit hinzu, so wird diese Zahl in zehn Zehner verwandelt, und die Analogie führt leicht darauf, daß die Ziffer 1 durch das Fortrücken derselben um zwey Stellen gegen die linke Seite zur Bezeichnung einer neuen Gattung von Einheiten gebraucht werden könne, welche der Zusammensetzung von zehn Zehnern gleich ist, und welche man einen Hunderter, oder eine Einheit der dritten Ordnung nennt.

Das Zeichen o kann also auch dienen, die Stelle anzugeben, welche die Ziffer 1 einnehmen muß, um Hundert auszudrücken; und es wird folglich eine Einheit, welcher zur rechten Seite zwey Nullen folgen, (wie 100) einen Hunderter vorstellen.

§. 5.

Es ist nun leicht zwey Hundert, drey Hundert rc., so wie alle dazwischen fallende Zahlen auszudrücken, wenn man nur die Ziffern, welche die Einheiten und Zehner ausdrücken, in die ihnen zugehörigen Stellen setzt. So würde man ein hundert und eins durch 101, ein hundert und eilf durch 111 ausdrücken. Man sieht in dieser Zahl eine und dieselbe Ziffer wiederholt. In der ersten Stelle von der rechten Seite an gerechnet, bezeichnet sie eine simple Einheit; in der zweyten einen Zehner, und in der dritten einen Hunderter. Dasselbe findet auch bey 777 so wie bey 444 statt.

§. 6.

Fährt man auf diesem Wege fort, und nimmt man den Satz an, daß jede Ziffer in der folgenden Stelle gegen die linke Seite zehn mal so viel als in der nächst vorhergehenden bedeute, so ist es leicht, vermittelst der 9 Ziffern, alle mögliche Zahlen auszudrücken. Um nämlich Tausender oder

zehnfache Hunderter zu bezeichnen, wird die Ziffer, welche sie ausdrückt, um eine Stelle weiter gegen die linke Seite zu gerückt, und erhält also die vierte Stelle; die Zehntausender oder die zehnfachen Tausende werden in die fünfte Stelle; die zehnfachen Zehntausender oder die Hunderttausender werden in die sechste Stelle; die Millionen in die siebente; die Billionen in die dreyzehnte Stelle u. s. w. kommen müssen. Es bedeutet daher in einer durch die Zusammensetzung der Ziffern gebildeten Zahl, z. B. in 8746295, die erste Ziffer zur rechten Seite (5) simple Einheiten oder Einer; die zweyte Ziffer (9) bedeutet Zehner; die dritte (2) bedeutet Hunderter; die vierte (6) gibt Tausender an; die fünfte (4) Zehntausender; die sechste (7) Hunderttausender, und die siebente (8) gibt Millionen an, so daß diese Zahl folgendermaßen ausgesprochen wird: acht Millionen sieben hundert sechs und vierzig tausend, zwey hundert fünf und neunzig. Eine jede Ziffer, in welcher Stelle sie sich auch befinden mag, bedeutet also immer nur einzelne Einheiten, mit dem Unterschiede, daß das durch eine solche Einheit bezeichnete Ding, das durch die zu Grunde gelegte Einheit bezeichnete 10, 100, 1000 ꝛc. mal in sich faßt.

Aus folgender Tabelle kann man den Werth, welchen die Ziffern vermöge ihrer Stellen einnehmen, mit einem Blicke übersehen.

Die

17te	16te	15te	14te	13te	12te	11te	10te	9te	8te	7te	6te	5te	4te	3te	2te	1te
Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
der Billionen.					der Millionen.						Simple.					

Stelle

ꝛc.

und es ergibt sich daraus, daß man nur jede dreyziffrige Zahl auszusprechen im Stande zu seyn braucht, um jede aus noch so vielen Ziffern bestehende Zahl aussprechen zu können. Man braucht nämlich nur die vorgelegte Zahl von der rechten gegen die linke Seite zu in Klassen von drey Ziffern abzutheilen, (wobey die letzte Klasse links auch deren weniger haben kann). Man setze dann hinter die erste Klasse einen Strich; hinter die zweyte einen Punkt; hinter die dritte wiederum einen Strich, und hinter die vierte zwey Punkte; hinter die fünfte wiederum einen Strich, und hinter die sechste drey Punkte. Lieset man dann jede Klasse, als wenn sie allein stände, und setzt bey jedem Strich das Wort Tausend, bey der Stelle eines Punktes das Wort Million; bey zweyen Punkten das Wort Billion; bey dreyen Punkten das Wort Trillion ꝛc. hinzu, so wird die Zahl richtig ausgesprochen seyn. Die Zahl 20,498¨764,532˙176,498 wird folgendermaßen ausgesprochen: 20 tausend 498 Billionen, 764 tausend 532 Millionen, 176 tausend 498.

§. 7.

So wie wir aus der zum Grunde gelegten Einheit mehrere andere zusammengesetzt denken können, welche jene 10, 100, 1000 ꝛc. mal in sich fassen, eben so können wir uns auch Einheiten denken,

welche immer 10 und 10 mal kleiner als die zum Grunde gelegte werden. Wir dürfen uns in dieser Absicht nur die festgesetzte Einheit in 10 gleiche Theile getheilt denken, da dann ein solcher zehnter Theil eine zehn mal kleinere Einheit ausdrückt. Theilen wir diesen zehnten Theil wiederum in zehn gleiche Theile, so wird jeder dieser letztern Theile eine hundert mal kleinere Einheit als die festgesetzte ausdrücken; und es ist leicht einzusehen, daß diese zehnfache Verkleinerung eben so wie im Vorhergehenden die zehnfache Vergrößerung keine Grenzen hat; denn wenn wir einen noch so kleinen Theil eines Dinges haben, so können wir uns immer durch eine fernere Eintheilung dieses Theils in zehn gleiche Theile, einen zehn mal kleinern denken.

Es erleichtert sehr den Ueberblick des Ganzen, wenn man für diese zehn und zehn mal kleinere Einheiten, Benennungen wählt, welche mit den zehn und zehn mal größeren Einheiten correspondiren. So wie man nun die Einheit, welche die zu Grunde gelegte zehn mal in sich faßt, einen Zehner nennt, eben so wird die Einheit, welche nur den zehnten Theil der zu Grunde gelegten in sich faßt, eine Zehntel (Zehntheil) genannt. Deßgleichen wird der zehnfache Zehner ein Hunderter, und der zehnte Theil vom Zehntel ein Hundertel genannt u. s. w. Folgendes Schema wird die

Zweckmäßigkeit dieser Bezeichnung vor Augen legen:

2c. Tausendter. Hunderter. Zehner. **Einheiten.** Zehntel. Hundertel. Tausendtel. 2c.

Die Zahlen, welche dergleichen Theile der Einheit ausdrücken, nennt man Decimalbrüche, und in Verbindung mit ganzen Zahlen, Decimalzahlen.

§. 8.

Da nach §. 5 jede Ziffer immer um zehn und zehn mal größere Einheiten ausdrückt, je weiter man sie von der rechten gegen die linke Seite zu fortrücken läßt, und daher umgekehrt jede Ziffer immer um zehn und zehn mal kleinere Einheiten ausdrücken muß, je weiter sie von der linken gegen die rechte Seite zu fortwirkt; da ferner die Zehntel, Hundertel, Tausendtel 2c. gegen die festgesetzte Einheit dasselbe Gesetz in Rücksicht der Abnahme beobachten, als die Zehner, Hunderter, Tausendter 2c. in Rücksicht der Zunahme: so ist es natürlich die ersteren nach denselben Gesetzen als die letzteren zu bezeichnen. Zählen wir also immer von der Stelle der zu Grunde gelegten Einheiten an, und nehmen diese für die erste, so wird die zweyte Stelle zur rechten Seite, Zehntel; die dritte Stelle zur rechten, Hundertel; die vierte, Tausendtel 2c. bedeuten, so wie die zweyte, dritte,

vierte rc. Stelle zur linken Seite, respektiv Zehner, Hunderter, Tausender rc. bedeuten. Man muß jedoch hierbey durch ein besonderes Zeichen festsetzen, in welcher Stelle die zu Grunde gelegten Einheiten anfangen, und dieses geschieht dadurch, daß man diesen Einheiten zur rechten Seite unterhalb ein Comma beysetzt. Um z. B. die Zahl zwey hundert und sieben und neunzig und neun Zehntel und zwey Hundertel zu bezeichnen, schreiben wir erstlich die sieben einfachen ganzen Einheiten, und setzen, um dieses anzuzeigen, zur rechten Seite ein Comma also 7, . Die 9 Zehner kommen alsdann in die zweyte Stelle zur linken, so wie die 9 Zehntel in die zweyte Stelle zur rechten Seite, also 97,9; desgleichen kommen die zwey Hunderter in die dritte Stelle zur linken, und die zwey Hundertel in die dritte Stelle zur rechten Seite, so daß diese Zahl folgendermaßen geschrieben wird 297,92. Wenn aber eine Zahl bezeichnet werden soll, in welcher keine niedrigere Gattung von Einheiten als die zu Grunde gelegte vorkommen, so ist das Comma entbehrlich, weil alsdann die erste Stelle zur rechten Seite die simpeln Einheiten angiebt.

§. 9.

Um nun nach unserem Zahlensystem eine Zahl zu bezeichnen, welche zwar höhere, aber keine von

den zum Grunde gelegten Einheiten enthält, muß man nach dem Vorhergehenden die Stellen der folgenden Gattungen von Einheiten durch Null ausfüllen, weil jede Ziffer nach ihrem Abstande von den zum Grunde gelegten Einheiten ihren Werth erhält. Da nun dieses letztere auch bey den niedrigern Gattungen von Einheiten der Fall ist, so müssen auch hierbey die Stellen der fehlenden Gattungen durch Null ausgefüllt werden. Es wird daher die Zahl neun Zehntel, wo also die zu Grunde gelegten Einheiten fehlen, durch 0,9; die Zahl zwey Hundertel und fünf Tausendtel, wo sowohl die Einheiten als die Zehntel fehlen, durch 0,025; die Zahl drey hundert Ganze und 6 Tausendtel, wo die Zehner, Einheiten, Zehntel und Hundertel fehlen, durch 300,006 u. s. w. bezeichnet werden müssen. Aus demselben Grunde wird, wenn auf die vorher angezeigte Art die Stelle der Einheit, angegeben ist, der Werth der Zahl unverändert bleiben, wenn zur rechten oder linken Seite so viel Nullen, als man will, angehängt werden. So wird der Ausdruck 00000,900000 immer nicht mehr und nicht weniger als 0,9 oder neun Zehntel bedeuten, weil durch das Vor- oder Nachsetzen der Nullen die Stelle der Ziffer 9 gegen die ganzen Einheiten, welches hier die zweyte ist, unverändert bleibt. Eben so wird die Zahl 00297,0800000 von 297,08 oder zwey hun-

dert und sieben und neunzig und acht Hundertel nicht verschieden seyn.

§. 10.

Dagegen wird, eben weil alles von der Stelle der Ziffern gegen die einfachen Einheiten abhängt, der Werth einer Zahl verändert, wenn man zwischen die bedeutenden Ziffern Nullen einschiebt, oder wenn das die Einheit andeutende Comma aus seiner Stelle versetzt wird. Wird z. B. 209,07 statt 29,7 geschrieben, so behalten zwar die 9 Einheiten ihre Stelle; die zwey Zehntel, so wie die 7 Hundertel hingegen, nehmen jetzt anstatt der zweyten Stelle die dritte ein, wodurch erstere 2 Hunderter und letztere 7 Hundertel werden. Desgleichen wird, wenn wir das Comma um eine Stelle gegen die linke Seite rücken und also z. B. 297,546 anstatt 2975,46 schreiben, diese Zahl dadurch zehn mal kleiner. Denn die Ziffer 5, welche vorher ganze Einheiten andeutete, drückt jetzt nur Zehntel aus; die 7, welche vorher Zehner waren, sind jetzt nur Einheiten, und so wird jeder Theil dieser Zahl zehn mal kleiner. Aus eben dem Grunde wird eine Zahl, wenn man das Comma darin um zwey, drey, vier rc. Stellen gegen die linke Seite rückt, dadurch hundert, tausend, zehntausend rc. mal verkleinert. Der zehnte, hundertste, tausendte, zehntausendte rc.

Theil der Zahl 2975,46 wird also respektiv durch 2975,46; 297,546; 29,7546; 2,97546 angegeben werden; und will man diese Verkleinerung fortsetzen, und etwa den hunderttausendten Theil dieser Zahl angeben, so kann man sich vorher zur linken Seite derselben mehrere Nullen, und also 002,97546 denken, welches unbeschadet ihres Werths geschehen kann, und wodurch sich das Comma um so viele Stellen als man will gegen die linke Seite fortrücken läßt; der hunderttausendste Theil der Zahl 29754,6 wird also 0,297546 seyn.

Dagegen wird der Werth einer Zahl 10, 100, 1000, 10000 rc. mal größer, wenn man das Comma respektiv um eine, zwey, drey, vier rc. Stellen gegen die rechte Seite fortrückt. Soll also z. B. die Zahl 2,97546 tausendmal größer werden, so müssen wir dafür 2975,46 setzen. Soll ferner die Zahl 27 hundert mal größer werden, so denken wir uns zur rechten Seite der Ziffer 7 das Comma, und dann mehrere Nullen angehängt, etwa 27,00000; wird nun das Comma um 2 Stellen gegen die rechte Seite gerückt und also 2700, geschrieben, so ist diese das gesuchte Hundertfache.

Hieraus folgt der für die Decimalrechnung sehr fruchtbare Satz, daß man, um eine Decimalzahl so viel mal zu vergrößern oder zu verkleinern als eine durch 1 mit einer Anzahl angehängter

ter Nullen geschriebene Zahl angibt, das Comma um so viele Stellen versetzen muß als die letztere Zahl Nullen hat, und zwar im ersten Falle nach der linken, und im zweyten Falle nach der rechten Seite zu.

§. 11.

Was das Aussprechen der Decimalbrüche anbelangt, so geht aus dem Vorhergehenden hervor, daß die erste Stelle vom Comma, oder die zweyte von der Einheit an gerechnet, die Benennung der Zahl 10 mit Anhängung der Silbe tel, also ein Zehntel erhält; die zweyte nach dem Comma erhält die Benennung der Zahl 100 mit Anhängung der Silbe tel, ein Hundertel; die dritte erhält die Benennung der Zahl 1000 mit Anhängung der Silbe tel, ein Tausendtel, und so fort erhält eine jede Decimalziffer dieselbe Benennung als eine Zahl, welche aus der Einheit und so vielen angehängten Nullen bestehet, als die Stelle dieser Ziffer nach dem Comma angibt, mit Anhängung der Silbe tel. Es bedeutet demnach z. B. 0,00007 so viel als 7 Hunderttausendtel.

Betrachten wir indessen den Decimalbruch an und für sich, und vergleichen alle verschiedene Gattungen von Einheiten in diesem Decimalbruch mit der ersten darin zur rechten Seite befindlichen, so

findet offenbar hierbey dieselbe Beziehung statt, als bey einer ganzen Zahl in Rücksicht auf die zum Grunde gelegte Einheit; und da in einem solchen Decimalbruche die zweyte, dritte, vierte 2c. Stelle gegen die linke Seite zu zehnfache, hundertfache, tausendfache 2c. Einheiten dieser letztern Stelle bedeuten, so kann man den Decimalbruch auch so aussprechen als wenn er eine ganze Zahl wäre, wenn man nur der letzten Ziffer zur rechten Seite die ihr zugehörige Benennung giebt. So kann z. B. der Bruch 0,97056 auch folgendermaßen ausgesprochen werden: sieben und neunzig Tausend und sechs- und funfzig Hunderttausendtel (nämlich von der zum Grunde gelegten Einheit). Eben so kann man auch die bey einer Decimalzahl vorkommenden höheren Gattungen von Einheiten als zehnfach steigende Vielfache von der in der letzten Decimalstelle befindlichen Gattung von Einheiten ansehen, und daher die ganze Decimalzahl so aussprechen als wenn sie sich auf lauter ganze Einheiten bezöge, wenn man nur der letzten Ziffer den Werth beylegt, den sie vermöge ihrer Stelle erhält. Z. B. die Zahl 246,97 kann auf folgende drey Arten ausgesprochen werden: zwey hundert und sechs und vierzig Ganze und neun Zehntel und sieben Hundertel; oder zwey hundert und sechs und vierzig Ganze und sieben und neunzig Hundertel; oder vier und

zwanzig tausend sechs hundert und sieben und neunzig Hundertel. Man bedient sich gewöhnlich der zweyten Art, die Decimalbrüche auszusprechen, indem man nämlich die Ganzen besonders und den Decimalbruch besonders ausspricht.

§. 12.

Eine ausgesprochene Zahl wird hingeschrieben, wenn man nach einander, von der linken Seite angefangen, die Ziffern, welche die Anzahl der Einheiten einer jeden Ordnung ausdrücken, neben einander hinschreibt. Man muß aber die Folge dieser Ordnungen auf einander berücksichtigen, und die Stellen derjenigen, welche etwa fehlen sollten, durch Nullen ausfüllen. Wenn man z. B. die Zahl: drey hundert vier und zwanzig tausend neun hundert und vier Ganze und drey hundert und sieben Tausendtel zu schreiben hätte, so würde man 3 für die Hunderttausendter setzen; 2 für die zwanzig Tausend, oder für die zwey Zehntausender; 4 für die Tausender, 9 für die Hunderte, und da auf die Hunderter unmittelbar die Zehner folgen, welche hier fehlen, so muß in deren Stelle ein Null gesetzt werden; endlich würde man die Ziffer 4 der ganzen Einheiten setzen, und also für den Theil dieser Zahl, welcher die ganzen Einheiten ausdrückt, 324904 schreiben. Um nun die Decimaltheile auszudrücken,

setze man zur rechten Seite der Ziffer 4 ein Comma, und neben dieses die Zahl, welche den Decimalbruch ausdrücken soll, dergestalt hin, als wenn es eine ganze Zahl wäre, mit Beobachtung dessen, daß die Anzahl der Decimalziffern der Anzahl der Nullen gleich werde, welche der Ziffer 1 angehängt werden müssen, um die Benennung der kleinsten Gattung von Einheiten im Decimalbruche auszudrücken. Da diese hier Tausendtel sind, so muß der Decimalbruch drey Ziffern haben, es wird daher nach dem Comma die Zahl 307, und für die ganze gesuchte Decimalzahl 324904,307 geschrieben. Desgleichen würde man, wenn die Stelle der Zehntausende, Tausende und Zehner, welche in der Zahl fünf hundert Tausend drey hundert und zwey fehlen, durch Nullen ausgefüllt werden, für diese Zahl 500302 schreiben.

Sind gar keine Ganze sondern bloß Decimaltheile anzuzeigen, z. B. sieben und neunzig Zehntausendtel, so schreibe man an die Stelle der Ganzen ein Null, und zur rechten desselben ein Comma; da nun auf das Comma vier Ziffern folgen müssen, damit die letzte Ziffer Zehntausendtel bedeute, die Zahl 97 aber deren nur zwey enthält, so müssen dieser letztern zwey Nullen vorgesetzt werden, und dieser Decimalbruch wird also durch 0,0097 angegeben seyn.

§. 13.

Wenn man die Zahlen so ausspricht, wie wir es hier gethan haben, so wird dabey noch nicht die Natur ihrer Einheiten bestimmt. Wir haben nämlich noch nicht bestimmt, ob diese Zahl eine Anzahl Menschen, Jahre, oder sonst eine andere Art bestimmter Dinge ausdrückt.

Betrachtet man die Zahlen auf diese Art ohne Rücksicht auf die besondere Beschaffenheit ihrer Einheiten, so nennt man sie abstracte (ungenannte) Zahlen; wenn man im Gegentheile die Art der Einheiten, aus denen sie zusammen gesetzt sind, bestimmt, werden sie concrete (genannte) Zahlen genannt. So sind: zehn, zwanzig, dreyßig, eben so wie zehn mal, zwanzig mal, dreyßig mal ꝛc. abstracte Zahlen; hingegen sind zehn Jahre, zwanzig Menschen oder zehn mal ein Paar, zwanzig mal ein Mensch concrete Zahlen.

Nachdem wir nun das allgemein gebräuchlichste Zahlensystem hinlänglich auseinander gesetzt haben, bleibt uns noch übrig die Operationen zu zeigen, welche vermittelst der Zeichen oder Ziffern, von denen wir bisher gesprochen haben, mit den Zahlen vorgenommen werden können.

Von der Addition der Decimalzahlen.

§. 14.

Nachdem wir gesehen haben, daß die Decimalbrüche mit den ganzen Einheiten in einem ununterbrochenen Zusammenhange stehen, und daß der Uebergang von einer Decimalstelle zu der nächst höhern auf dieselbe Art geschieht, wie der von den Zehntheilen zur Einheit, oder wie der von einer höhern Gattung von Einheiten zu der nächst höhern; ja daß wir sogar die Ganzen als höhere Gattungen von Einheiten in Rücksicht auf die Einheiten des letzten Decimalbruchs betrachten können: so ist es sehr natürlich zu vermuthen, daß alle Operationen, welche sich mit den ganzen Zahlen vornehmen lassen, auch unmittelbar auf die Decimalbrüche anwendbar seyn müssen. Dieses ist auch wirklich der Fall, wie wir sogleich zeigen werden.

§. 15.

Da nach dem Vorhergehenden eine Zahl aus der Zusammensetzung mehrerer Einheiten von einerley Art bestehet, so folgt, daß wenn man verschiedene aus Einheiten einerley Art gebildete Zahlen zusammen setzt, das Resultat eine aus Einheiten von derselben Art zusammengesetzte Zahl bilden muß. Dieses Resultat wird die Summe der zusammen=

gesetzten Zahlen, und die Operation, durch welche die Summe verschiedener Zahlen gefunden wird, die Addition genannt. Addiren heißt also: die Summe mehrerer Zahlen finden.

Es ist klar, daß nur aus der Vereinigung gleichartiger Zahlen eine einzige gebildet werden kann, welche ihnen zusammen genommen gleich ist, oder daß nur gleichartige Größen addirt werden können. So z. B. können die beyden Zahlen 3 Thlr. und 7 Groschen in dem Zustande, worin sie sich jetzt befinden, nicht addirt werden, weil die Summe 10 weder Thaler noch Groschen seyn kann.

Um nun die Summe zweyer oder mehrerer Zahlen finden zu können, ist es zuvörderst nothwendig, sich in der Summirung zweyer Zahlen, deren jede nur aus einer einzigen Ziffer besteht, oder von denen, die eine aus einer und die andere aus zwey Ziffern bestehet, wohl zu üben; z. B. 7 und 9 sind 16; 5 und 9 sind 14; 8 und 9 sind 17; 33 und 8 sind 41; 66 und 9 sind 75, ꝛc. Nachdem diese Fertigkeit erlangt ist, hat man zur Addition der Decimalzahlen nur folgende Regeln zu merken:

1) Man schreibe die zu addirenden Zahlen dergestalt unter einander, daß die Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter ꝛc., und eben so Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel ꝛc., mit einem Worte,

daß alle Ziffern, welche einerley Gattung von Einheiten ausdrücken, unter einander zu stehen kommen. Dieses wird offenbar erlangt, wenn man die einfachen Einheiten, oder, welches auf eins hinaus läuft, wenn man die Commata unter einander setzt, und dann sowohl zur rechten als zur linken Seite zu nach den höhern und niedrigern Gattungen von Einheiten ordnet. Bey denjenigen Zahlen, welche aus weniger Ziffern als die andern bestehen, werden die zur rechten oder linken Seite fehlenden Stellen leer gelassen; und sind bloß ganze Zahlen ohne Decimalbrüche zu addiren, so denkt man sich das Comma zur rechten Seite der einfachen Einheiten, wie in folgenden Beyspielen zu ersehen:

Nro. 1.	Nro. 2.	Nro. 3.
543,164	2383	0,318
2,13	210	27,2607
214,5037	7004	371,101
759,7977	9597	398,6797

Man ziehe sodann darunter einen Strich, addire erstlich die erste Columne zur rechten Seite oder die Einheiten der niedrigsten Gattung, und setze deren Summe, wenn solche nur aus einer einzigen Ziffer bestehet, wie diese in den obigen Beyspielen der Fall ist, unter die Columne eben dieser Gattung von Einheiten. Im ersten und dritten Exempel sind

nämlich 7 Zehntausendtel der kleinsten Einheiten; im zweyten wird die Summe der Zahlen 3 und 4, das ist 7, unter die Columne der ganzen Einheiten geschrieben. Verfährt man auf eben die Art bey den zur linken Seite befindlichen Columnen, so erhält man die Hauptsumme der gesuchten Zahlen. Befinden sich aber in einer Columne lauter Nullen, so wird auch für ihre Summe 0 darunter geschrieben.

2) Wenn aber die Summe einer Columne aus zwey Ziffern, nämlich aus Einheiten und zehnfachen Einheiten derjenigen Gattung bestehet, bey denen man die Addition verrichtet, wie in folgenden Exempeln,

Nro. 4.	Nro. 5.	Nro. 6.
2807,3209	876473	90,73508
865,9764	2987	297,405
35096,0083	45621	0,8237
38769,3056	925081	388,96378

so erwäge man, daß die unmittelbar folgende Columne ebenfalls zehnfache Einheiten der oben erwähnten Gattung angiebt. Man schreibe daher nur die Einheiten dieser Gattung unter die mehrerwähnte Columne, und behalte die Zehner in Gedanken, um sie zur folgenden Columne hinzu zu setzen. Im Exempel Nro. 4 heißt es nämlich: 9 und 4

giebt 13 und 3 gibt 16; d. i. 6 Einheiten dieser Gattung und einen Zehner oder eine Einheit der folgenden Gattung. Man schreibt also nur 6 hin und nimmt 1 zur folgenden Columne. Da nun diese mit jener Einheit zusammen genommen 15 beträgt, d. i. fünf Einheiten und 1 Zehner dieser Gattung, so schreibt man wiederum nur die 5 Einheiten derselben hin, und behält den Zehner für die folgende Columne; und auf diese Art fährt man fort bis zur letzten Columne zur linken Seite, deren Summe vollständig hingeschrieben wird.

Noch einige Exempel zur Uebung.

7,6	113,67849
138,05934	76,859
15,4	9,7
10,76	5
0,3592176	152,6043
1365,7	7,85976
37,6483	9,437
0,005	8,65
1575,5318576	7,94
	391,72855

Von der Subtraction der Decimalzahlen.

§. 16.

Die Operation, durch welche bestimmt wird, um wie viel Einheiten oder Theile der Einheit, die eine von zweyen gegebenen Zahlen die andern übertrifft, wird die Subtraction und die ganze oder gebrochene Zahl, welche den Ueberschuß der einen Zahl über die andere angibt, wird der Rest oder die Differenz genannt. Ferner heißt die größere Zahl oder diejenige, von welcher abgezogen wird, der Minuendus, und die abzuziehende, der Subtrahendus.

Subtrahiren heißt also die Differenz zweyer gegebenen Zahlen finden.

Da wir nur gleichartige Dinge mit einander vergleichen können, so läßt sich auch die Subtraction nur bey gleichartigen Zahlen verrichten; und es läßt sich daher eben so wenig die Differenz der Zahlen 4 Thlr. und 7 Groschen in dem Zustande, worin sie sich jetzt befinden, angeben, als sich die Differenz zwischen 4 Häusern und 7 Pferden angeben läßt. Nur lassen sich die ungleichartigen Größen zuweilen in gleichartige verwandeln; indem wir nämlich 4 Thlr. als 96 Groschen betrachten, läßt sich dann die Subtraction verrichten.

§. 17.

Um vom einfachsten Falle auszugehen, wollen wir annehmen, es wäre die einziffrige Zahl 4 von der einziffrigen Zahl 7 abzuziehen. Hiezu gelangt man offenbar, wenn man die Einheit vier mal nach einander von 7 abzieht, da alsdann 3 für den Rest gefunden wird.

Da nun diese Arten Subtractionen sehr leicht zu verrichten sind, so wollen wir zu den etwas zusammengesetztern übergehen, und annehmen, es wären 24,7 von 59,8 abzuziehen, das heißt, man soll 2 Zehner, 4 Einheiten und 7 Zehntel der Einheit von 5 Zehnern, 9 Einheiten und 8 Zehntheilen subtrahiren. Ziehen wir also nach einander jeden Theil des Subtrahendus von jedem Theile des Minuendus ab, indem wir nämlich 7 Zehntel von 8, 4 Einheiten von 9 und 2 Zehner von 5 abziehen, so wird das Resultat 35,1 die gesuchte Differenz geben.

Wenn daher eine ganze oder eine Decimalzahl von einer andern abgezogen werden soll, und nicht nur alle Gattungen von Einheiten, welche im Subtrahendus vorkommen, auch im Minuendus anzutreffen sind, sondern noch überdieß jede Ziffer im ersteren kleiner ist als die ihr correspondirende im letzteren, wie in folgenden Exempeln, so schreibe man den Subtrahendus dergestalt unter den Minu-

endus, daß alle Einheiten einerley Gattung unter einander zu stehen kommen; ziehe sodann darunter einen Strich, und jede Ziffer des Subtrahendus von der darüber stehenden im Minuendus ab.

Beyspiele.

Nro. 1.	Nro. 2.	Nro. 3.
9786	87,659	0,7469
4375	24,538	0,502
5411	63,121	0,2449

§. 18.

Wenn aber eine Ziffer im Subtrahendus größer ist als die darüber befindliche im Minuendus, wie in diesen Beyspielen

Nro. 4.	Nro. 5.	Nro. 6.
57834	213,5734	54,763
34975	87,6572	0,904
22859	125,9162	53,859

so denke man sich von der im Minuendus zur linken Seite nächst folgenden Ziffer, eine Einheit hinweggenommen, und in Einheiten der Gattung derjenigen Ziffer zerlegt, von welcher die Subtraction geschehen soll. So denken wir uns im Exempel Nro. 4, wo 5 Einheiten von 4 Einheiten abzuziehen sind, von den 3 Zehnern einen hinweggenommen

und in 10 einfache Einheiten zerlegt, welche mit den 4 Einheiten zusammen genommen 14 geben, von denen 5 abgezogen werden können, und 9 zum Rest bleibt. Um jedoch bey der folgenden Subtraction nicht zu vergessen, daß die 3 Zehner um einen vermindert worden, und daß daher nicht 7 von 3, sondern eigentlich 7 von 2 Zehnern abzuziehen sind, setzt man über die Ziffer 3 einen Punkt und bedient sich gewöhnlich folgenden Ausdrucks: 5 von 4 kann nicht abgezogen werden, ich borge mir daher von der folgenden Ziffer 1 und sage: 5 von 14 bleiben 9. Bey der folgenden Ziffer lassen sich wiederum 7 Zehner von 2 Zehnern nicht abziehen, ich borge mir daher von den 8 Hunderten einen, und sage: 7 von 12 bleiben 5; und auf diese Art wird fortgefahren bis die Subtraction beendigt ist.

Eben so lassen sich im Exempel Nro. 5, 7 Tausendtel von 3 Tausendtel nicht abziehen; ich borge mir daher von der folgenden Ziffer 1 Hundertel oder 10 Tausendtel, und ziehe daher 7 von 13 Hundertel ab, da dann der Rest 6 Hundertel ist; und auf dieselbe Art verfährt man bey den übrigen Ziffern dieses Exempels, da es dann heißt: 5 von 6 bleibt 1, 6 von 15 bleiben 9, 7 von 12 bleiben 5, 8 von 10 bleiben 2, nichts von 1 bleibt 1. Und wenn sich im Subtrahendus ein Null befindet, so wird die darüber im Minuendus befindliche Zahl entweder

unverändert oder um eine Einheit vermindert herunter gesetzt. So wird im Exempel Nro. 6, wo 0 Zehntel (d. i. keine Zehntel) von 6 Zehntel, oder eigentlich, da vorher 1 geborgt worden, von 5 Zehntel abzuziehen ist, die Zahl 5 herunter gesetzt.

§. 19.

Wenn aber derjenigen Ziffer des Minuendus, von welcher die darunter befindliche im Subtrahendus nicht abgezogen werden kann, zur linken Seite eine oder mehrere Nullen voran gehen, so übergehe man alle Nullen, nehme von der ersten bedeutenden Ziffer, welche diesen Nullen zur linken Seite folgt, eine Einheit, und zerlege sie in 10 Einheiten der nächst vorhergehenden Gattung; von diesen 10 Einheiten nehme man wiederum 1 hinweg, (so daß nur noch 9 in dieser Stelle bleiben), und zerlege auch sie in 10 Einheiten der ihr unmittelbar vorhergehenden Gattung, und so wird in Gedanken fortgefahren, bis man zu der Zahl gelangt, von welcher abgezogen werden soll.

Exempel.

Nro. 1.	Nro. 2.
780,04	37600,095
29,23	18432,54
750,81	19167,555

Im ersten Exempel lassen sich nämlich 2 Zehntel von 0 Zehntel nicht abziehen; da nun die obere Ziffer Null ist, von der nichts geborgt werden kann, so gehen wir eine Stelle weiter, und borgen eine Einheit von den 8 Zehnern; dadurch erhalten wir in der Stelle der Einer 10 Einheiten, von denen wir eine nehmen und also neune zurücklassen, wodurch das Null in 9 verwandelt wird; die geborgte Einheit wird hierauf in 10 Zehntel zerlegt, von denen nun 2 abgezogen werden und 8 zum Reste bleiben. Wir sprechen in einem solchen Falle: 2 von 0 geht nicht abzuziehen, ich borge mir daher eine Einheit der folgenden Ziffer, und alsdann giebt 2 von 10 abgezogen 8 zum Rest. Ferner 9 Einheiten von 9 Einheiten abgezogen giebt Null zum Rest; 2 von 7 bleiben 5. Auf eben die Art wird beym zweyten Exempel verfahren, und da sich dieselben Schlüsse auf jede Anzahl Nullen ausdehnen lassen, so ergiebt sich folgende Regel: Wann von einer oder mehrern auf einander folgenden Nullen eine Einheit geborgt werden soll, so borge man von der nächstfolgenden bedeutenden Ziffer eine Einheit, und bemerke alle übersprungene Nullen mit einem Punkt, zum Zeichen, daß sie als lauter 9 zu betrachten sind.

§. 20.

Wenn endlich der Minuendus weniger Deci-

mal-

malziffern als der Subtrahendus hat, wenn z. B. 87,40976 von 397,807 abzuziehen wäre, so hänge man dem Minuendus zur rechten Seite so viele Nullen an, bis die Anzahl der Decimalziffern der des Subtrahendus gleich wird, und beobachte dann die vorher gegebenen Regeln, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen ist.

397,80700	7486,06000
87,40976	945,23578
310,39724	6540,82422

Von der Probe der Addition und Subtraction.

§. 21.

Wenn man eine Operation gemacht hat, ist es erforderlich sie zu probiren. Wir wollen daher die Mittel aufsuchen, die Addition und Subtraction zu probiren.

Die Probe der Addition ist folgende: Nachdem man die Zahlen von der linken zur rechten Seite addirt hat, wie in beystehendem Exempel:

987,06
4597,897
20,53
695,296
6300,783
~~2321,210~~

addire man jede Columne von neuem, und zwar von der linken Seite angefangen. Diese ist im obigen Beyspiele 4 Tausend; da aber in der darunter stehenden Summe 6 Tausender befindlich sind, so können die überflüssigen 2 Tausender nur aus den Zurückbehaltenen der vorhergehenden Columne entstanden seyn; und diese letztere muß also 23 Hunderter enthalten. Da sie aber nur 20 enthält, so können die übrigen 3 Hunderter wiederum nur aus dem von der vorhergehenden Columne der Zehner Zurückbehaltenen entstanden seyn; und diese Columne müßte also 30 Zehner enthalten. Sie enthält aber nur 28; folglich müssen die übrigen 2 Zehner von der Columne der Einheiten herüber genommen seyn, und diese müßte also 20 betragen. Fährt man auf diese Art fort bis zur Columne der Tausendtel, so wird sich ergeben, daß diese 13 betragen muß, welches auch wirklich der Fall ist.

Wenn man also, von der ersten Columne zur linken Seite angefangen, jede Columne addirt, die besondere Summe einer jeden Columne von der, welche sie geben müßte, abzieht, und jeden der aus den vorhergehenden Columnen nach einander entspringenden Reste, unter die gehörige Columne setzt, so muß, wenn die Addition richtig ist, der letzte Rest Null werden.

Da wir die Reste 2, 3, 2, 1, 2, 1, 0, bloß

deshalb unter jede der ihren zugehörigen Columnen gesetzt haben, um dem Gedächtnisse zu Hülfe zu kommen, so ist es nicht undienlich, dieselben, nachdem sie gebraucht worden sind, durchzustreichen, um sie nicht mit dem Resultat der Operation zu verwechseln. Wir wollen nun zur Probe der Subtraction übergehen.

§. 22.

Wenn eine Zahl von einer andern abgezogen wird, so ist das Resultat, welches wir den Rest oder die Differenz genannt haben, dem Ueberschusse der zweyten über die erste gleich. Die zweyte ist also der ersten nebst der Differenz gleich. Um sich also von der Richtigkeit einer Subtraction zu überzeugen, hat man bloß zu untersuchen, ob diese Bedingung erfüllt wird. Diese Operation nennt man die Probe der Subtraction.

Wenn man also bey folgendem Exempel

$$\begin{array}{r} 586{,}07008 \\ 29{,}8467 \\ \hline 556{,}22338 \\ \hline 586{,}07008 \end{array}$$

die Subtraction probiren will, braucht man bloß zum Subtrahendus 29,8467 den Rest 556,22338 hinzu zu setzen. Da nun die Summe dieser beyden

Zahlen 586,07008 dem Minuendus gleich ist, so ist die Subtraction richtig.

Von der Multiplication der Decimalzahlen.

§. 23.

Eben die Operationen, welche wir bisher mit der Einheit gemacht haben, um daraus alle möglichen Zahlen zu erhalten, lassen sich auch auf eine Zahl anwenden, indem man diese als ein einzelnes Ding betrachtet, und daraus andere Zahlen herleitet. So wurde die Zahl 5 dadurch gebildet, daß man die Einheit zu sich selbst hinzu setzte, zu dieser Summe 2 wiederum eine Einheit hinzusetzte, zu dieser Summe 3 wiederum eine Einheit hinzufügte, und diese letztere Summe 4 abermals um eine Einheit vermehrte; d. h. wir haben die Einheit fünf mal wiederholt. Und eben diese Operationen lassen sich mit einer gegebenen Zahl, z. B. 497,85, vornehmen, indem wir diese ebenfalls fünf mal wiederholen können, und die Summe 2489,25 dieser fünf Zahlen, wird die gesuchte Zahl geben. Desgleichen wird z. B. die Zahl 0,5 aus der Einheit erhalten, wenn wir diese fünf mal nehmen, und dann das Comma um eine Stelle weiter gegen die

linke Seite rücken, oder, welches auf eins hinaus läuft, sodann von der Summe 5, den zehnten Theil nehmen. Und eben diese Operationen lassen sich auch mit der Zahl 497,85, so wie mit jeder andern, vornehmen, da wir diese fünf mal an einander setzen, und von der Summe 2489,25 durch Vorsetzung des Comma's um eine Stelle gegen die linke Seite den zehnten Theil nehmen können, so daß die gesuchte Zahl 248,925 seyn würde. In jedem dieser Beyspiele haben wir aus einer von zweyen gegebenen Zahlen eine dritte auf eben die Art hergeleitet, wie die andere gegebene aus der Einheit entstehet; und diese Operation nennt man multipliciren. Die Zahl, aus welcher die Gesuchte gebildet werden soll, heißt der Multiplicandus; die aus der Einheit auf eben die Art gebildete Zahl, der Multiplicator, und die gesuchte Zahl das Product. Der Multiplicandus und Multiplicator führen auch den gemeinschaftlichen Namen der Factoren. Im ersten der obigen Exempel ist 497,85 der Multiplicandus, 5 der Multiplicator und 2489,25 das Product.

§. 24.

Diese Operation ist also vermittelst der Addition sehr leicht auszuführen. Soll z. B. die Zahl 97 durch 4 multiplicirt werden, so braucht man

diese Zahl nur 4 mal unter einander zu schreiben:

$$\begin{array}{r} 97 \\ 97 \\ 97 \\ \underline{97} \\ 388 \end{array}$$

und man wird für das gesuchte Product 388 erhalten. Wäre dieselbe Zahl 97 durch 0,4 zu multipliciren, so entstehet der Multiplicator aus der Einheit, wenn wir diese 4 mal nehmen, und dann das Comma um eine Stelle weiter gegen die linke Seite rücken. Man braucht daher in der Stelle 388, als dem Vierfachen von 97, das Comma, welches zu Ende der ersten Ziffer zur rechten Seite gedacht werden muß, um eine Stelle weiter gegen die linke Seite gerückt zu denken, und das gesuchte Product würde 38,8 seyn Und auf eben die Art müßte sich offenbar eine jede Multiplication verrichten lassen.

§. 25.

Wenn indessen der Multiplicator eine beträchtlich große Zahl ist, würde der vorhergehende Weg zu weitläufig und mühsam werden, und man daher auf Mittel denken müssen, diese Operation abzukürzen, welches folgendermaßen geschieht: Man fertige sich erstlich eine Tafel aller Producte von

1 bis 9 an, indem man zuerst alle Ziffern von 1 bis 9 in eine horizontale Reihe A B schreibt, wie in beystehender Tafel zu ersehen.

A B

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

C

Sodann addire man jede Zahl zu sich selbst, und setze die Summe darunter, so erhält man das Doppelte einer jeden Zahl. Wird ferner zu jeder dieser Summen die gerade darüber befindliche einfache Zahl addirt, und diese neuen Summen darunter geschrieben, so erhält man das Dreyfache aller dieser Zahlen. Und auf diese Art fährt man fort, zu jeder dieser Summen die darüber befindliche einfache Zahl zu addiren, bis man zum Neunfachen derselben gelangt.

Diese Tafel wird das Einmal eins, oder der Pythagoräische Rechentisch genannt, und ihr Ge-

brauch ist aus der Art, wie sie gebildet worden, leicht abzunehmen. Wird z. B. das Product aus 8 durch 6 verlangt, so muß, da in der sechsten Queerlinie alle Producte durch 6 befindlich sind, in dieser Linie auch das gesuchte Product zu finden seyn. Aber eben dieses Product muß sich aus in der achten aufwärts gehenden Linie befinden, welche alle Producte aus 8 in die Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. bis 9 enthält. Es ist daher dieses Product 48, welches sich in der Stelle befindet, worin gedachte beyde Linien zusammen treffen.

§. 26.

Aus dieser Tafel geht hervor, daß 8 durch 6 multiplicirt eben so viel beträgt als 6 durch 8 multiplicirt; daß 9 durch 5 multiplicirt gleich ist 5 durch 9 multiplicirt, und daß überhaupt das Product zweyerley Zahlen einerley bleibt, wenn dieselben Factoren beybehalten werden, in welcher Ordnung man sie übrigens multipliciren mag.

Die Analogie führt leicht auf die Vermuthung, daß diese Eigenschaft sich auf alle Zahlen erstreckt; indessen läßt sie sich unabhängig von dieser Induction auf folgende Art darthun:

Es sey z. B. 5 durch 3 zu multipliciren. Wenn man zuerst die Einheit fünf mal nach einander in

eine Queerlinie schreibt, und diese Linie, wie hier zu sehen ist, drey mal unter einander setzt,

I. I. I. I. I.
I. I. I. I. I.
I. I. I. I. I.

so werden offenbar alle diese Einheiten zusammen genommen 3 mal 5, oder dem Producte von 5 durch 3 gleich seyn. Aber eben diese drey Queerlinien, deren jede aus fünf Einheiten bestehet, bilden offenbar fünf aufwärts gehende Reihen, deren jede drey Einheiten enthält, d. i. sie enthalten zusammen die 3 fünf mal. Mithin gibt 5 durch 3 multiplicirt und 3 durch 5 multiplicirt, einerley Product.

Da nun diese Eigenschaft nicht dem besondern hier betrachteten Exempel allein eigen ist, und eben so 6 Queerreihen, in deren jeder 20 Einheiten enthalten sind, 20 aufwärts gehende Reihen geben, deren jede 6 Einheiten enthält: so folgt allgemein, daß das Product zweyer Zahlen einerley bleiben muß, in welcher Ordnung man auch multipliciren mag, und daß ferner der eine Factor immer anzeigt, wie oft der andere im Producte enthalten ist.

§. 27.

Wir haben nun alle nöthige Hülfsmittel, die Multiplication sowohl der ganzen als der Decimalzahlen zu verrichten.

1) Wenn der Multiplicandus eine ganze mehrziffrige, der Multiplicator aber eine ganze einziffrige Zahl ist, wenn z. B. 4597 durch 5 zu multipliciren wäre, so schreibe man, wie im nachstehen Exempel den Multiplicator unter die Einheiten des Multiplicandus, und ziehe darunter einen Strich.

$$\begin{array}{r} 4597 \\ 5 \\ \hline 22985 \end{array}$$

Da nun alle Theile der Zahl 4597, d. i. die Einheiten, Zehner, Hunderter rc 5 mal zu nehmen sind, so fange man bey der Multiplication der 7 Einheiten durch 5 an, welche 35 Einheiten zum Producte gibt. Anstatt aber diese hinzuschreiben, setzen wir bloß die 5 Einheiten hin, und behalten die 3 Zehner in Gedanken, um sie zu dem Producte der 9 Zehner durch 5 zu nehmen. Dieses Product beträgt 45, und wenn 3 dazu genommen wird, 48 Zehner, von denen wir wiederum nur die 8 einfachen Zehner darunter setzen, und statt 40 Zehner 4 Einheiten zum Producte der folgenden Ziffer der Hunderter hinzu nehmen, und wenn wir nie aus den Augen lassen, diese Multiplication als eine Addition zu betrachten, so kann es nicht schwer fallen, diesen Weg bis zu Ende der Operation zu verfolgen, indem wir immer jede Ziffer durch den Multiplica-

tor multipliciren, das aus dem nächst vorhergehenden Producte Zurückbehaltene dazu nehmen, und von dieser Summe bloß die Einheiten darunter setzen, die Zehner aber für das folgende Product behalten. Bey der letzten Ziffer zur linken Seite aber, wo kein folgendes Product anzutreffen ist, wird diese ganze Summe unverändert herunter gesetzt.

§. 28.

2) Sind dem Multiplicandus zur rechten Seite Nullen angehängt, wenn z. B. 4597000 durch 5 zu multiplciren wäre, so braucht man bloß die bedeutenden Ziffern des Multiplicandus 4597 durch 5 zu multipliciren, und dem Producte so viel Nullen anzuhängen als der Multiplicandus hat; das gesuchte Product wird also 22985000 seyn. Denn denkt man sich den Multiplicandus so oft unter einander geschrieben als der Multiplicator Einheiten hat, so werden offenbar zur rechten Seite so viele Colomnen Nullen kommen als dem Multiplicandus Nullen angehängt sind; die Summe einer jeden dieser Colomnen ist ebenfalls 0; das Product wird also so viele Nullen haben als der Multiplicandus hat. Da ferner zur linken Seite dieser Columnen Nullen, jede der bedeutenden Ziffern des Multiplicandus so oft unter einander gesetzt ist, als der Multiplicator Einheiten hat, so wird das gesuchte Product dem

Producte aus den bedeutenden Ziffern des Multi-
plicandus durch den Multiplicator, mit Anhängung
gedachter Anzahl Nullen gleich seyn.

Hat aber der Multiplicator zur rechten Seite
eine oder mehrere Nullen, wenn z. B. 4597 durch
500 zu multipliciren wäre, so entstehet dieser letztere
aus der Einheit, wenn diese so viel mal genommen
wird als die bedeutende Ziffer (hier 5) angiebt, und
diesem Producte so viele Nullen angehängt werden
als der Multiplicator hat (hier 2). Man muß also
auch das gesuchte Product erhalten, wenn der Mul-
tiplicandus durch die bedeutende Ziffer des Multipli-
cators multiplicirt wird, und man diesem Product so
viele Nullen anhängt, als der Multiplicator hat.
Das obige Product wird also 2298500 seyn.

Hieraus folgt: daß, wenn dem Multipli-
candus und Multiplicator zu gleicher Zeit zur
rechten Seite Nullen angehängt sind, die man be-
deutenden Ziffern des Multiplicandus, nur durch
die des Multiplicators zu multipliciren braucht,
und dem Producte so viele Nullen anhängen muß
als dem Multiplicandus und Multiplicator zu-
sammen angehängt sind.

§. 29.

3) Wenn auch der Multiplicator eine mehrzif-
frige Zahl ist, wenn z. B. 4589 durch 297 zu mul-

tipliciren wäre, so schreibe man wie vorher den Multiplicator dergestalt unter den Multiplicandus, daß die Einheiten einerley Art unter einander kommen.

4589
297
32123
41301
9178
1362933

Man multiplicire dann, wie im beystehenden Exempel, den ganzen Multiplicandus durch die Einheiten des Multiplicators (hier 7), und schreibe das Product 32123 darunter. Hierauf multiplicire man den ganzen Multiplicandus durch die folgende Ziffer (9) des Multiplicators; da diese aber Zehner bedeutet, so muß zur rechten Seite dieses Products ein Null gesetzt werden, oder, welches auf eins hinaus kommt, die erste bedeutende Ziffer des Products aus 4589 in 9 muß unter die Zehner gesetzt werden. Es ist demnach das zweyte Partialproduct 413010 dergestalt unter das erste zu setzen, daß die Einheiten einerley Art in eine und dieselbe Columne kommen. Hierauf wird die Multiplication durch 2 Hunderter dadurch verrichtet, daß man dem Producte aus 4589 in 2, zwey Nullen anhängt, oder

die erste bedeutende Ziffer 8 dieses Products in die Stelle der Hunderter setzt. Wird sodann die Summe dieser Partialproducte genommen, so wird man für das gesuchte Product 1362933 finden.

Da nun das hier gebrauchte Verfahren und Raisonnement bey jeder Multiplication zweyer mehrziffriger Zahlen in einander anwendbar ist, so folgt die allgemeine Regel; man multiplicire den ganzen Multiplicandus mit jeder Ziffer des Multiplicators, und setze jedes der einzelnen Producte so, daß seine niedrigste Ziffer unter diejenige Ziffer des Multiplicators, welche dieses Product hervorgebracht hat, zu stehen komme; die einzelnen Producte addire man: so ist ihre Summe das gesuchte Totalproduct der beyden mehrziffrigen Factoren.

Beyspiele.

```
   7890764          5493081457
      4093              600059
 ---------     ---------------
  23672292         49437733113
 71016876         27465407285
31563056       32958488742
----------     ---------------
32296897052    3296172966005963
```

§. 30.

4) Wenn der Multiplicandus Decimalbrüche enthält, der Multiplicator aber eine ganze Zahl

ist; z. B. wenn 289,27 durch 26 zu multipliciren wäre, so wird, wenn man sich den Multiplicandus so oft unter einander schreibt, als der Multiplicator Einheiten hat (hier 26 mal), jede der zu addirenden Zahlen eine gleiche Anzahl Decimalstellen (hier zwey) haben; ihre Summe, welche das gesuchte Product bildet, wird also ebenfalls so viele Decimalstellen haben, als jede der zu summirenden Zahlen. Da nun überdieß jede Gattung Einheiten des Multiplicandus so oft unter einander gesetzt, mithin so oft genommen wird, als der Multiplicator Einheiten hat, so folgt: daß man, um eine Decimalzahl durch eine ganze Zahl zu multipliciren, die erstere als ganze Zahl betrachten, durch die andere multipliciren, und vom Product so viele Decimalstellen abschneiden muß als der Multiplicandus hat.

Beyspiele:

Nro. 1.	Nro. 2.	Nro. 3.
289,27	5,798	0,00563
26	18	17
173 562	46 384	3941
578 54	57 98	563
752,102	104,364	0,09571

§. 31.

5) Hat endlich auch der Multiplicator Deci-

malbrüche; z. B. wenn 289,27 durch 2,975 zu multipliciren wäre, so entstehet der Multiplicator aus der Einheit, wenn man diese letztere erstlich so viel mal nimmt als die Zahl 2675 angiebt, und dann das Comma, welches man sich zur rechten Seite der Zahl 5 denken muß, um drey Stellen gegen die linke Seite zu rückt. Das gesuchte Product wird also auch erhalten werden, wenn man den Multiplicandus 289,27 durch 2675 multiplicirt, und das Comma von der Stelle, worin es sich nach dieser Multiplication befindet, um drey Stellen gegen die linke Seite zu rückt. Da nun nach dem vorhergehenden §. dieses erstere Product erhalten wird, wenn von dem Producte aus 28927 in 2675 zwey Decimalstellen abgeschnitten werden, so wird das Product aus 289,27 in 2,675 erhalten, wenn man von dem aus 28927 in 2675 fünf Decimalstellen abschneidet, d. i. so viele als im Multiplicandus und Multiplicator zusammen anzutreffen sind.

Da nun die hier angestellten Betrachtungen von dem besondern gewählten Beyspiele unabhängig, und daher auf jede Multiplication zweyer Decimalzahlen anwendbar sind, so folgt allgemein, daß man, um zwey Decimalzahlen in einander zu multipliciren, die Zahlen, welche sie ausdrücken, dergestalt in einander multipliren muß, als wenn es ganze Zahlen wären, und vom Producte derselben

den so viele Decimalstellen abschneiden, als im Multiplicandus und Multiplicator zusammen anzutreffen sind.

Beyspiele.

289,27	32,76859
2,675	13,0076
144 635	1966 1154
2024 89	22938 013
17356 2	9830577
57854	3276859
773,79725	426,240711284

0,137	0,007853
0,00056	0,00476
822	47118
685	54971
0,00007672	31412
	0,00003738028

Von der Division der Decimalzahlen.

§. 32.

Eine gegebene Zahl durch eine andere dividiren, heißt eine Zahl finden, welche aus der ersten auf eben die Art entstehet, wie aus der andern die

Einheit gebildet wird. Soll z. B. 12 durch 3 dividirt werden, so wird eine Zahl gesucht, welche aus 12 auf eben die Art erhalten wird, wie die Einheit aus 3. Die gesuchte Zahl heißt der Quotient; die Zahl, aus welcher die gesuchte gebildet werden soll, der Dividendus; und die andere gegebene Zahl, aus welcher die Einheit auf dieselbe Art erhalten wird, heißt der Divisor. Im obigen Beyspiele ist 12 der Dividendus, 3 der Divisor, und 4 der Quotient.

Da nun der Dividendus auf eben die Art aus dem Quotienten zusammengesetzt ist, wie der Divisor aus der Einheit: so ist der Dividendus das Product aus dem Quotienten in den Divisor, und die Division ist demnach die Operation, vermittelst welcher man aus einem gegebenen Producte, und einen seiner Factoren, den andern Factor dieses Products finden kann.

Um also den gesuchten Quotienten zu erhalten, haben wir bloß nöthig zu untersuchen, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten ist, indem wir nämlich den Divisor vom Dividendus so oft abziehen als es sich thun läßt; und die Zahl, welche angiebt, wie oft dieses geschehen kann, wird der gesuchte Quotient seyn.

§. 33.

Wenn indessen der Dividendus den Divisor eine

beträchtliche Anzahl mal enthält, würde diese Operation zu weitläufig und mühsam werden, und wir wollen sie daher zu vereinfachen suchen.

Der einfachste Fall, der hierbey eintreten kann, ist der, wo sowohl der Divisor als der Quotient eine einziffrige Zahl ist. In diesem Falle wird der Dividendus in der oben erklärten Pythagoräischen Tafel enthalten seyn, welche alle mögliche Producte aus je zweyen einziffrigen Zahlen enthält. Man wird also vermittelst dieser Tafel leicht den Quotienten finden können, sobald der Dividendus und der Divisor bekannt sind. Wäre z. B 56 durch 7 zu dividiren, so sieht man sogleich, daß 7 und 8 die beyden Factoren von 56 sind, und der gesuchte Quotient ist also 8. Da diese Divisionen sehr leicht sind, so wollen wir zu den zusammengesetzteren, und zwar zuerst zu dem Fall übergehen, wo der Divisor eine einziffrige Zahl ist, der Dividendus mag übrigens eine mehrziffrige Zahl seyn.

§. 34.

Wir wollen z. B. annehmen, es wäre 1656 durch 3 zu dividiren. Diese Aufgabe kann in folgende andere verwandelt werden: Eine Zahl zu finden, die so beschaffen sey, daß, wenn man ihre Einheiten, Zehner, Hunderter ꝛc. durch 3 multiplicirt, dadurch die Einheiten, Zehner,

Hunderter ꝛc. des Dividendus 1656 zum Producte erhalten werden.

Es ist offenbar, daß diese Zahl keine Einheiten einer höheren Gattung als Tausende haben kann; denn wenn sie auch nur Zehntausender hätte, so müßte auch das Product Zehntausender enthalten, welches nicht statt haben kann. Sie kann ferner auch keine Einheiten von der Ordnung der Tausender enthalten. Denn wenn sie auch nur einen hätte, so müßte das Product 1656 wenigstens drey haben, welches nicht der Fall ist.

Hieraus ergibt sich, daß der im Dividendus befindliche Tausendter, von dem Producte aus den Hunderten des Quotienten in 3, zurückbehalten seyn muß.

Wenn dieser also in den Hunderten eine Ziffer hat, so muß diese Ziffer so beschaffen seyn, daß, wenn die durch sie ausgedrückte Zahl durch 3 multiplirt wird, entweder 16, oder ein Vielfaches von 3, welches nächst kleiner ist als 16, zum Product komme. Diese Einschränkung ist nothwendig, wegen der Zurückbehaltenen, welche die Multiplication der übrigen Ziffern des Quotienten durch den Divisor darbieten könnte, und welche im Producte der Hunderter zusammen kommen.

Die Zahl, welche dieser Bedingung ein Genüge leistet, ist 5; allein 5 Hunderter durch 3 multipli-

cirt, geben nur 15, und der Dividendus 1656 enthält deren 16. Die Differenz 1 Hundert rührt also von den aus der Multiplication der übrigen Ziffern des Quotienten durch den Divisor entspringenden Zurückbehaltenen her. Wenn man daher das Partialproduct 15 Hunderter oder 1500, vom Totalproduct 1656 abzieht, so muß der Rest 156 die Producte aus den Zehnern und aus den Einheiten des Quotienten in den Divisor enthalten, und alles wird sich nun darauf zurück bringen lassen, eine Zahl zu finden, welche durch 3 multiplicirt 156 giebt; eine Aufgabe, welche derjenigen, die wir uns zuerst vorgelegt haben, völlig ähnlich ist. Wenn man also, wie im vorhergehenden Exempel, die erste Ziffer des Quotienten gefunden hat, so multiplicire man die Zahl, welche sie ausdrückt, durch den Divisor; zieht man nun den Partialproduct vom ganzen Producte ab, so erhält man einen neuen Dividendus, mit welchem man eben so wie mit dem vorhergehenden verfahren muß, und dieß kann so fortgesetzt werden, bis der anfängliche Dividendus ganz erschöpft ist.

§. 35.

Es ist nichts leichter als die Operation, welche wir eben angezeigt haben, hinzuschreiben. Man setze nämlich, wie hier zu sehen ist, den Divisor

zur rechten Seite des Dividendus, und sondere beyde durch einen Strich von einander ab; unter den Divisor ziehe man einen Queerstrich.

```
1656 | 3
15   |____
----   552
 15
 15
----
  06
   6
----
   0
```

Hierauf fange man die Operation zur linken Seite des Dividendus an, und dividire zuvörderst 16 durch 3, wodurch man 5 zum Quotienten erhält, welchen man an die Stelle der Hunderter schreibt. Man multiplicire dann den Divisor 3 durch den Partialquotienten 5, trage das Product 15 unter den Partialdividendus 16, und ziehe 15 von 16 ab, wodurch man 1, d. i ein Hundert, zum Rest erhält, welchen man in Zehner verwandeln, und zur vorhergehenden Columne hinzu setzen muß; dieses geschieht, indem man die Ziffer 5 des Dividendus 1656, neben den Rest 1 hinunter setzt, so daß man alsdann 15 Zehner durch 3 zu dividiren haben wird. Der Quotient wird 5, das heißt 5 Zehner seyn, welchen man zur rechten Seite der bereits gefundenen Hunderter setzt; und wenn man

mit diesem Partialquotienten, wie mit dem vorhergehenden verfährt, wird nichts übrig bleiben zur Columne der Einheiten hinzuzusetzen. Man setze daher die Ziffer 6 herunter, welche die einzige ist, die noch dividirt werden soll, und wird die Operation fortgesetzt, so wird man für den letzten Partialquotienten 2 Einheiten finden; man schreibe also 2 zum Resultat in die Stelle der Einheiten, und der ganze Quotient wird also 552 seyn.

§. 36.

Wenn während der Operation einer der Partialdividendus nicht den Divisor enthalten sollte, so setze man zum Quotienten Null, und nehme dann eine andere Ziffer zur Seite dieses Partialdividendus herunter, um die Division fortzusetzen.

Dieses würde sich zutragen, wenn 1535 durch 5 zu dividiren wäre.

$$\begin{array}{r|l} 1535 & 5 \\ \underline{15} & \overline{307} \\ 035 & \\ \underline{35} & \\ 000 & \end{array}$$

Wenn man mit diesen beyden Zahlen, wie im vorhergehen Exempel verfährt, wird man zum Quotienten 307 erhalten, wenn man in Erwägung zieht,

daß der Quotient keine Zehner enthalten kann, weil die Ziffer 3 der Zehner des Dividendus nicht den Divisor 5 enthält, und daher nur von den aus der Multiplication der Einheiten durch den Divisor 5 Zurückbehaltenen entstanden seyn kann.

§. 37.

Die vorhergehende Methode findet noch dann ihre Anwendung, wenn selbst der Divisor eine mehrziffrige Zahl wäre. Wäre z. B 57981 durch 251 zu dividiren, so würde man gleich sehen, daß der Quotient keine höhere Gattungen von Einheiten als Hunderter enthalten kann, weil, wenn er auch nur Tausender enthalten möchte, alsdann der Dividendus Hunderttausender enthalten müßte, welches nicht der Fall ist. Ferner müßte die Ziffer der Hunderter so beschaffen seyn, daß sie durch 251 multiplicirt, entweder 579, oder ein Vielfaches von 251, welches nächst kleiner als 579 ist, zum Producte gibt. Diese Einschränkung ist nothwendig wegen der Zurückbehaltenen, welche die Multiplication der übrigen Ziffern des Quotienten durch den Divisor darbieten könnte. Die Zahl, welche dieser Bedingung ein Genüge thut, ist 2; allein 2 Hunderter durch 251 multiplicirt geben 502 Hunderter, und der Dividendus enthält deren 579. Es muß daher die Differenz 77 Hunderter von den durch die Mul-

tiplication der Einheiten und Zehner des Quotienten durch den Divisor, entstandenen Zurückbehaltenen herrühren.

Wenn man nun das Partialproduct 502 Hunderte, oder 50200 vom Totalproduct 5781 abzieht, so wird der Rest 7781, die Producte aus den Einheiten und aus den Zehnern des Quotienten in den Divisor enthalten, und es läßt sich nun alles darauf zurückbringen, eine Zahl zu finden, welche durch 251 multiplicirt 7781 zum Product giebt; eine Aufgabe, welche derjenigen, die wir uns zu Anfange vorgelegt haben, völlig ähnlich ist. Wenn nun die erste Ziffer gefunden ist, muß die durch sie ausgedrückte Zahl durch den Divisor multiplicirt werden; und wenn man dann das Partialproduct vom Totalproducte abzieht, wird man einen neuen Dividendus erhalten, mit welchem eben so wie mit dem vorhergehenden verfahren werden muß; und dieß so fort, bis der Dividendus erschöpft ist.

Ueberhaupt muß man, um die erste Ziffer des Quotienten zu erhalten, zur linken Seite des Dividendus eine hinreichende Anzahl Ziffern absondern, damit die durch sie ausgedrückte Zahl, als schlechte Einheiten betrachtet, den Divisor enthalten könne, und dann diese Partialdivision verrichten.

§. 38.

Die Operation läßt sich folgendermaßen anordnen:

57981	251
502	231
778	
753	
251	
251	
000	

Wir fangen damit an, die Division an den drey ersten Ziffern des Dividendus zu verrichten, wodurch wir 2 zum Quotienten erhalten, welchen wir in die Stelle der Hunderter schreiben, weil die drey betrachteten Ziffern Hunderter sind. Nachdem wir dann 251 durch den Partialquotienten 2 multiplicirt haben, tragen wir das Product 502 unter den Partialdividendus 579, und wenn wir 502 von 579 abziehen, so kommt zum Rest 77, das heißt 77 Hunderte, oder 770 Zehner, welche zur folgenden Columne der Zehner hinzu gesetzt werden müssen. Man setze in dieser Hinsicht die Ziffer 8 des Dividendus zur Seite des Restes 77 herunter, so daß alsdann 778 durch 251 zu dividiren seyn wird; der Quotient ist 3 Zehner, welchen man folglich neben die schon gefundenen Hunderter schreiben muß; und wenn man mit diesem Quotienten eben so wie mit

dem Vorhergehenden verfährt, wird man zum Rest 25 erhalten. Nimmt man nun die letzte Ziffer 1 des Dividendus herunter, und verfährt mit dem Partialdividendus 251 wie mit den Vorhergehenden, so wird man sehen, daß der Dividendus erschöpft, und daß der ganze Quotient 231 ist.

§. 39.

Es sey ferner 423405 durch 485 zu dividiren, so würde man diese beyden Zahlen zuvörderst, wie im vorhergehenden Beyspiele, hinschreiben.

423405	485
3880	873
3540	
3395	
1455	
1455	
0000	

Die drey ersten Ziffern des Dividendus, als simple Einheiten betrachtet, betragen nur 423; man muß also zuvörderst die Division an den vier ersten Ziffern verrichten, und eine Zahl suchen, welche durch 485 multiplicirt ein Product giebt, welches entweder 4234 beträgt, oder nächst kleiner als 4234 ist, eine Zahl, welche zugleich angiebt, wie viel mal 485 in 4234 enthalten ist. Da nun diese nicht in die

Augen fallend ist, so wollen wir verschiedene probiren, um sie zu entdecken. In dieser Hinsicht wollen wir untersuchen, wie oft die 4 Hunderter der Zahl 485 in den 42 Hundertern der Zahl 4234 enthalten sind. Sie sind darin 10 mal enthalten; man kann aber keineswegs daraus schließen, daß der Partialquotient 10 ist; denn dieses würde voraussetzen, daß der Divisor 485 in den drey ersten Ziffern des Dividendus 4234 enthalten ist, welches nicht seyn kann. Der Quotient muß also kleiner als 10 seyn; er ist aber auch kleiner als 9, denn 9 mal 485 beträgt 4365. Man muß also mit 8 probiren, und da diese Zahl nicht zu groß ist, so schreibe man 8 in den Quotienten, und setze die Operation wie im Vorhergehenden fort, mit Beobachtung dessen, bey jeder Partialdivision die eben angezeigte Methode anzuwenden, um den Quotienten zu suchen. Durch dieses Mittel wird man finden, daß der ganze Quotient 873 beträgt.

§. 40.

Man müßte, wenn man mit aller Strenge verfahren wollte, geradeswegs durch wiederholte Subtraction suchen, wie viel mal jeder Partialdividendus den ganzen Divisor enthält; da indessen dieser Weg öfter sehr weitläufig und mühsam werden möchte, so begnügt man sich, wie wir eben gesehen ha-

ben, zu untersuchen, wie viel mal der höchste Theil des Dividendus den höchsten Theil des Divisors enthält. Da man, wenn auf diese Art verfahren wird, den Quotienten nur ungefähr annimmt, so wird der durch dieses Mittel gefundene Quotient nicht immer der wirkliche seyn; indessen dient die Multiplication dazu, zu untersuchen, in wie fern man gefehlt habe. So haben wir in der ersten Partialdivision des vorhergehenden Exempels gesehen, daß der Quotient kleiner als 9 seyn muß, weil 9 mal 485 schon 4365 beträgt, welches viel größer als der Partialdividendus 4234 ist. Wir haben ferner nach zweyen wiederholten Versuchen gefunden, daß dieser Quotient 8 ist, obgleich die 4 Hunderter des Divisors 10 mal mit noch einem Rest, in den 42 Hunderten des Partialdividendus enthalten sind.

Es ist leicht einzusehen, daß man unter den verschiedenen Versuchen, welche man bey jeder Partialdivision machen muß, um den Quotienten zu finden, niemals mit 10 zu probiren braucht; denn wenn der Partialquotient entweder 10 oder noch größer als 10 werden könnte, so würde daraus folgen, daß der Rest der vorhergehenden Partialdivision den Divisor ein oder mehrere mal enthalten müssen, welches nicht seyn kann, wenn die Division gehörigermaßen verrichtet ist.

§. 41.

Da das bey den vorhergehenden Beyspielen gebrauchte Verfahren in allen Fällen seine Anwendung findet, so läßt sich daraus eine allgemeine Regel herleiten, welche folgendermaßen vorgetragen werden kann:

Um eine Zahl durch eine andere zu dividiren, schreibe man den Divisor zur rechten Seite des Dividendus, sondere den ersten vom zweyten durch einen Strich ab, und ziehe unter den Divisor noch einen Queerstrich, um die Stelle des Quotienten anzuzeigen. Man nehme vom Dividendus zur linken Seite so viele Ziffern hinweg als erforderlich sind, damit diese Ziffern, als bloße Einheiten betrachtet, den Divisor enthalten können. Hierauf suche man, wie viel mal dieser Partialdividendus den Divisor enthält, wodurch man eine Ziffer des Totalquotienten erhalten wird. Man schreibe dann diese Ziffer in ihre gehörige Stelle unter den Divisor, multiplicire den Divisor durch den eben gefundenen Partialquotienten; und nachdem man das Product unter den Partialdividendus geschrieben hat, ziehe man es davon ab, und setze zur rechten Seite des hieraus entspringenden Restes die folgende Ziffer des Totaldividendus herunter. Hierdurch wird man einen neuen Partialdividendus

erhalten, mit welchem man eben so wie mit dem vorhergehenden verfahren muß. Man setze dann den neuen Partialquotienten zur rechten Seite desjenigen, welchen man eben gefunden hat, und fahre auf diese Art fort, bis der ganze Dividendus erschöpft ist; alsdann wird die Division beendigt seyn.

§. 42.

Wenn sich der Dividendus und Divisor zu gleicher Zeit mit einigen Nullen zur rechten Seite endigen sollten, so könnte man aus beyden so viele auslassen als in demjenigen befindlich sind, welcher die kleinste Anzahl derselben hat, und dann die Division auf die gewöhnliche Art fortsetzen; der Quotient würde hierdurch keine Aenderung erleiden. In der That ist 40 in 80 eben so viel mal enthalten als 4 in 8, weil 8 Zehner eben so viel mal 4 Zehner enthalten müssen als 8 Einheiten 4 Einheiten enthalten. Desgleichen wird der Quotient von 84000 durch 400 dividirt, demjenigen gleich seyn, welchen 840 durch 4 dividirt giebt, weil 840 Hunderte eben so viel mal 4 Hunderte enthalten, als 840 Einheiten 4 Einheiten enthalten. Diese Schlüsse können auf ähnliche Fälle ausgedehnt werden.

Um also eine Zahl, welche sich zur rechten Seite mit Nullen endigt, durch 10 zu dividiren, ist es

hinreichend eine derselben hinweg zu lassen; um sie durch 100 zu dividiren, muß man deren zwey hinweglassen. Um sie durch 20 zu dividiren, muß man zuvörderst ein Null auslassen, und das Uebrige durch 2 dividiren, und so fort. Dieses fließt unmittelbar aus unserm Zahlensystem, und stimmt mit demjenigen überein, was wir §. 28 gesehen haben.

§. 43.

Die bisher behandelten Beyspiele sind dergestalt gewählt worden, daß der Dividendus den Divisor eine gewisse Anzahl mal genau und ohne Rest enthielt. Es wird sich indessen bey Anwendung der vorhergehenden Regeln sehr selten zutragen, daß dieser Bedingung ein Genüge geschieht. Es sey z. B. 77 durch 8 zu dividiren, so wird, wenn die Division auf die gewöhnliche Art verrichtet wird

$$\begin{array}{r|l} 77 & 8 \\ \underline{72} & 9 \\ 5 & \end{array}$$

nach Abzug des Products aus den Quotienten in den Divisor, ein Rest, 5, bleiben, der noch durch 8 dividirt werden muß. Da es nun klar ist, daß keine ganze Einheit mehr zum Quotienten kommen kann, weil, wenn dieses möglich wäre, die vorhergehende Division schon eine Einheit mehr zum

Quo-

Quotienten gegeben haben würde, so denke man sich die 5 Einheiten in 50 Zehntel verwandelt, und dividire diese letztere durch den Divisor. Der Quotient wird alsdann Zehntel angeben, welches wir dadurch bezeichnen, daß wir zur rechten Seite der Einheiten des Quotienten ein Comma, und die Zehntel desselben daneben setzen. Man multiplicire dann diesen letzteren Partialquotienten durch den Divisor, und ziehe das Product von den Zehnteln des Dividendus ab; bleibt nach dieser Subtraction wiederum ein Rest, so denke man sich diesen durch Anhängung eines Nulls in Hundertel verwandelt, und dieses Verfahren wird so fortgesetzt, bis die Division entweder genau aufgehet, oder bis man zu einer Gattung so kleiner Einheiten gelangt, daß der Rest außer Acht gelassen werden kann.

Beyspiele.

```
77 | 8                 256 | 9
72 | 9,625              18 | 28,444....
--                      --
 50                      76
 48                      72
 --                      --
  20                      40
  16                      36
  --                      --
   40                      40
   40                      36
   --                      --
   00                      40...
                           36
                           --
                            4...
```

Im ersten Exempel gehet die Division genau auf, und im zweyten kann sie nie genau aufgehen, weil bey jeder folgenden Division derselbe Rest bleibt. Wir begnügten uns also, dieselbe nur bis auf die Tausendtheile fortzusetzen, und den Rest 4 Tausendtel ganz außer Acht zu lassen. Wäre es uns aber um eine noch größere Genauigkeit zu thun gewesen, so hätten wir die Division leicht um noch einige Decimalstellen weiter fortsetzen können, da dann der außer Acht gelassene Rest 10, 100 rc. mal kleinere Einheiten ausgedrückt haben würde.

§. 44.

Dasselbe Verfahren wird auch beobachtet, wenn im Dividendus außer den ganzen Einheiten noch Decimalstellen vorhanden wären, oder, wenn eine Decimalzahl durch eine Ganze zu dividiren wäre, wie folgende Beyspiele zeigen:

Nro. 1.

```
6938,57 | 276
552     | 25,1397....
1418
1380
 385
 276
 1097
  828
  2690
  2484
   2060
   1932
    128.....
```

Nro. 2.

```
7,5832 | 8
72     | 0,9479
 38
 32
  63
  56
   72
   72
    0
```

Im ersten Exempel haben wir, nachdem die ganzen Einheiten des Quotienten, 25, gefunden waren, zur rechten Seite desselben ein Comma gesetzt, und den Rest der Einheiten, 38, in Gedanken in Zehntel verwandelt; anstatt aber das Null anzuhängen, haben wir, wie bisher immer bey der Verwandlung einer Gattung von Einheiten in die nächst-niedrigere geschehen ist, die folgende Ziffer der Zehntel, 5, heruntergesetzt, und also 385 Zehntel durch 276 dividirt, das Product aus dem Quotienten, 1 Zehntel, in 276 davon abgezogen, und den Rest, 109 Zehntel, durch Anhängung der folgenden Ziffer 7 in Hundertel verwandelt, und auf

diese Art die Division bis zur vierten Decimalstelle fortgesetzt.

Im zweyten Exempel, wo im Dividendus weniger ganze Einheiten als im Divisor sind, haben wir, da keine ganze Einheit zum Quotienten kommen kann, an die Stelle dieser letztern 0 gesetzt, die Ganzen, 7, durch Anhängung der Ziffer 5 in Zehntel verwandelt, und im Uebrigen die Division wie im vorhergehenden Exempel fortgesetzt.

§. 45.

Es ist nun nichts leichter als einen Decimalbruch durch einen Decimalbruch zu dividiren, wenn man nur nicht außer Acht läßt, daß vermöge der Erklärung der Division, mit dem Dividendus dieselben Operationen gemacht werden müssen, um den Quotienten zu erhalten, als man mit dem Divisor vornehmen muß, um daraus die Einheit zu bilden. Es sey z. B. 315,432 durch 2,34 zu dividiren, so wird offenbar die Einheit aus dem Divisor erhalten, wenn wir diesen durch Versetzung des Comma's um zwey Stellen gegen die rechte Seite in eine ganze Zahl verwandeln, und dann diese letztere durch sich selbst dividiren. Man muß also auch, um den Quotienten zu finden, das Comma im Dividendus um zwey Stellen gegen die rechte Seite rücken, und also 31543,2 durch 234 dividiren. Die

hier gebrauchten Schlüsse sind allgemein. Immer muß man, um aus dem Divisor die Einheit zu erhalten, das Comma bis zu Ende der ersten Ziffer zur rechten Seite rücken, und von der solchergestalt erhaltenen Zahl den sovielten Theil nehmen als sie selbst angiebt; und eben diese Operationen müssen auch mit dem Dividendus vorgenommen werden, um den gesuchten Quotienten zu finden. Daher läßt sich für die Division eines Decimalbruchs durch einen Decimalbruch folgende allgemeine Regel geben: **Man untersuche, um wieviel Decimalstellen das Comma im Divisor gegen die rechte Seite gerückt werden muß, um ihn in eine ganze Zahl zu verwandeln, d. i. man zähle die Anzahl seiner Decimalstellen; rücke dann das Comma im Dividendus um eben so viele Stellen gegen die rechte Seite, und dividire nach §. 44 den solchergestalt veränderten Dividendus durch den Divisor als ganze Zahl betrachtet.**

Beyspiele:

Es seyen 315,432 durch 234; ferner 400 durch 0,25; dann 1 durch 0,24; und endlich 0,0001 durch 0,02 zu dividiren, so werden nach Anwendung der vorhergehenden Regel die Divisionen folgendermaßen angesetzt:

Nro. 1.

315,432 | 2,34

```
31543,2 | 234
234     |------
------- | 134,8
 814
 702
-------
 1123
  936
-------
  1872
  1872
-------
     0
```

Nro. 2.

400,00 | 0,25

```
40000 | 25
25    |------
----- | 1600
150
150
-----
  0
```

Nro. 3.

1,00 | 0,24

```
100 | 24
 96 |----------
--- | 4,166....
 40
 24
-----
 160
 144
-----
 160...
```

Nro. 4.

0,0001 | 0,02

```
0,01 | 2
  10 |------
  10 | 0,005
-----
   0
```

Aus diesen Beyspielen ergiebt sich, daß man, im Falle der Dividendus weniger Decimalziffern als der Divisor haben sollte, dem erstern zur rechten Seite so viele Nullen anhängen muß, daß er mit dem letztern eine gleiche Anzahl Decimalziffern erhalte; und wenn, wie in dem Beyspiele Nro. 2 und

3 der Dividendus bloß aus ganzen Einheiten beste=het, so muß man sich zur rechten Seite der simpeln Einheiten ein Comma, und nach diesem so viele Nullen geschrieben denken als der Divisor Decimal=stellen hat, da sich alsdann die oben gegebene Re=gel anwenden läßt.

§. 46.

Wenn in einer Rechnung mehrere Multiplica=tionen und Divisionen vorkommen, so ist zuweilen vortheilhafter diese Operationen nur anzuzeigen. Zur Bezeichnung der Multiplication bedient man sich des liegenden Kreutzes (×), welches zwischen die in einander zu multiplicirenden Factoren gesetzt wird; z. B. 4 multiplicirt durch 3 wird folgender=maßen angezeigt: 4 × 3; und die Division anzu=zeigen bedient man sich zweyer über einander stehen=den Puncte (:) dergestalt, daß der Dividendus zur linken, und der Divisor zur rechten Seite des=selben gesetzt wird. 20 dividirt durch 4 wird also folgendermaßen bezeichnet: 20:4. Desgleichen be=deutet 7:8, daß die Zahl 7 durch 8 dividirt wer=den soll. Endlich bezeichnet man die Gleichheit zweyer Größen durch das Zeichen (=), welches zwischen beyde gleiche Größen gesetzt wird. Z. B. 20:4=5; 3 × 4=12

§. 47.

Wenn eine gegebene Anzahl Dinge in eine vorgeschriebene Anzahl gleicher Theile getheilt werden soll, so ist es in Ansehung der Größe einerley, ob ich dieselbe auf ein mal in die vorgeschriebene Anzahl gleicher Theile zerlege, oder ob ich jedes Einzelne derselben in diese Anzahl Theile zerlege, und so viele solcher Theile nehme als einzelne Dinge vorhanden sind. Sollen z. B. 12 Thlr. unter 4 Personen gleich vertheilt werden, so wird es dem Empfänger einerley seyn, ob er unmittelbar den vierten Theil von 12 Thlr. oder 3 Thlr. erhält, oder ob er von jedem einzelnen Thlr. den vierten Theil, d. i. 12 mal 6 Ggr. erhält. Der Unterschied liegt bloß in der Art und Weise, wie wir uns die Theilung ausgeführt denken. Da nun nach §. 1 jede Zahl, welche einen gewissen Theil der Einheit mehrere mal genommen ausdrückt, eine gebrochene Zahl heißt, so ist jede gebrochene Zahl als der Quotient einer Division zu betrachten, wovon diejenige Zahl, welche die Anzahl der Theile ausdrückt, den Dividendus, und diejenige, welche angiebt, der wievielte Theil ein jeder von der Einheit ist, den Divisor ausdrückt. Fünf Sechstel ist also der Quotient der Division von 5 durch 6. Man nennt gewöhnlich die erstere Zahl den Zähler, die zweyte den Nenner des Bruchs, und ordnet sie

dergestalt, daß der Zähler oberhalb und der Nenner unterhalb eines Strichs kommt. Fünf Sechstel wird also folgendermaßen bezeichnet werden: $\frac{5}{6}$.

Es ist daher ein jeder Bruch mit dem Quotienten der Division einerley, wovon der Zähler der Dividendus, und der Nenner der Divisor ist; und man braucht also nur, um den Werth desselben in Decimaltheilen anzugeben, oder, wie man sich gewöhnlicher ausdrückt, um einen gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, den Zähler durch den Nenner nach §. 43 zu dividiren.

Beyspiele:

$\frac{7}{4} = 7 : 4 = 7 \mid 4$, Quotient $1,75$

4
30
28
20
20
0

$\frac{17}{20} = 17 : 20 = 1,7 \mid 2$, Quotient $0,85$

16
10
10
0

$\frac{3}{7} = 30 \mid 7$, Quotient $0,42857\ldots$

28
20
14
60
56
40
35
50
49
1...

$\frac{2}{3} = 20 \mid 3$, Quotient $0,666\ldots.$

18
20
18
20
18
2...

Vermittelst dieser Betrachtungen lassen sich alle mit den gewöhnlichen Brüchen vorzunehmenden Operationen dadurch verrichten, daß man sie in die Decimalbrüche verwandelt, und dann mit ihnen nach den bisher gegebenen Regeln verfährt. Sollen z. B. $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ addirt werden, so beträgt der erste 0,75 und der andere 0,8; ihre Summe ist also 1,55.

§. 48.

Die Probe der Division gehet unmittelbar aus §. 30 hervor. Denn da der Dividendus als das Product aus dem Quotienten in den Divisor zu betrachten ist, so braucht man bloß zu untersuchen, ob diese Bedingung erfüllt wird. Und wenn die Division nicht genau aufgegangen ist, so muß zu diesem Producte noch der Rest der Division hinzu gesetzt werden.

Umgekehrt wird die Multiplication probirt, wenn man untersucht, ob das Product durch einen seiner Factoren dividirt, den andern zum Quotienten gibt.

Von der abgekürzten Multiplication und Division der Decimalbrüche.

§. 49.

Wenn sowohl der Multiplicator als der Multiplicandus viele Decimalstellen haben, so wird die Rechnuug etwas weitläufig. In den meisten Fällen aber bedarf man nicht aller Decimalziffern des Products, und gewöhnlich kann man sich mit 6 derselben oder Milliontheilen begnügen. Dieß hat die abgekürzte Multiplication veranlaßt, welche darin bestehet, daß man bey der Multiplication mit den Zehnteln anfängt; bey den Hunderteln aber die letzte Ziffer des Multiplicandus wegläßt; bey den Tausendtheilen die beyden letzten; bey den Zehntausendtheilen die drey letzten ꝛc. Das erste Beyspiel wird dieses Verfahren in ein näheres Licht setzen.

Erstes Beyspiel:

0,7142857				
0,4285714				
0,28571428	=	0,7142857	×	0,4
1428570	=	0,714285	×	0,02
571424	=	0,71428	×	0,008
35710	=	0,7142	×	0,0005
4998	=	0,714	×	0,00007
71	=	0,71	×	0,000001
28	=	0,7	×	0,0000004
0,30612229				

Zweytes Beyspiel:

```
      9,34528
      3,44776
    ---------
     28,03584
      3,73811
        37381
         6541
          654
           56
    ---------
     32,22027
```

Drittes Beyspiel:

```
      0,234567
      0,003431
   ------------
   0,000703701
         93827
          7035
           234
   ------------
   0,000804797
```

Wo das Comma in der ersten Linie des Products stehen müsse, bestimmt sich nach der allgemeinen Regel, aus den Decimalstellen des Multiplicandus und der ersten Ziffer des Multiplicators (§. 31). Im ersten Exempel hat der Multiplicandus 7 Decimalziffern und die Multiplication geschieht mit der ersten Decimalziffer oder den Zehntheilen des Multiplicators; also bekommt die erste Linie 7 nebst einer, d. i. 8 Decimalstellen. Im zweyten Exempel, wo die erste Linie aus der Multiplication des Multiplicandus durch die ganze Zahl 3

entstehet, bekommt das erste Product 5 Decimalziffern (§. 30). Im dritten Beyspiele, wo die Multiplication mit der dritten Decimalziffer oder den Tausendtheilen geschieht, erhält die erste Linie des Products 6 nebst 3, d. i. 9 Decimalstellen (§. 31). Die letzte Zahl rechter Hand im Producte ist wegen der übergangenen Classen der Decimalziffern offenbar zu klein, und die nächst letzte kann aus gleicher Ursache zuweilen auch noch etwas unrichtig seyn; aber alle übrige Decimalziffern des Products sind richtig. Man vermindert diesen Fehler, wenn man, wie im zweyten und dritten Beyspiele geschehen ist, beym Anfange einer jeden Partialmultiplication die Ziffer dazu nimmt, welche zurückbleiben würde, wenn man die Multiplication bey der nächst vorhergehenden Ziffer anfinge. So würden im zweyten Beyspiele, wenn man die Multiplication mit 4 Zehntel bey der Ziffer 8 des Multiplicandus anfinge, von dem Producte 32, für das folgende Product 3 behalten werden. Wir fangen also bey 2 an, und sagen: 4 mal 2 ist 8 und 3 ist 11, und so fort Auf diese Art ist das in diesem Beyspiele gefundene Product nur um 0,00001 der Einheit zu klein.

§. 50.

Die abgekürzte Division bestehet in Folgendem: Bey der ersten Division oder der ersten Zahl

des Quotienten dividirt man den ganzen Dividendus durch den ganzen Divisor. Bey der zweyten Zahl des Quotienten läßt man die letzte Decimalziffer des Divisors weg; bey der dritten die folgende des Divisors ꝛc. Folgende Beyspiele werden die Sache in ein helleres Licht setzen, bey welchen, zu desto größerer Deutlichkeit, der abgekürzte Divisor bey jeder Classe beygesetzt ist, welches man sonst nicht nöthig hat.

Erstes Beyspiel:

26,53061	7,42857
2653061	742857
2228571	3,57144 Quot.
424490	74285
371425	
53065	7428
51996	
1069	742
742	
327	74
296	
31	7
28	
3	

Zweytes Beyspiel:

~~32,22027~~	~~9,34528~~
3222027	934528
2803584	3,44777 Quot.
418443	93452
373808	
44635	9345
37380	
7255	934
6538	
717	93
651	
66	9
63	
3	

Da der Divisor etwas kleiner angenommen wird als er wirklich ist, weil man bey der Division die letzten Decimalziffern wegläßt, so muß dadurch der Quotient etwas größer werden als er eigentlich ist. In dem ersten Beyspiele ist der Quotient 0,000012 und in dem zweyten 0,00001 zu groß.

Auseinandersetzung des neuen im Königreich Westphalen eingeführten Maaßes nebst einigen Anwendungen desselben auf die Arithmetik.

§. 51.

Je nachdem die Gattungen von Größen, welche man auszumessen sich vorsetzen kann, verschieden sind, erhalten auch die Maaße verschiedene Gestalten und Benennungen. Diese Größen können folgendermaßen klassificirt werden:

Die Längen, welche die Längenmaaße veranlassen.

Die Oberflächen, oder die Flächenräume.

Die Volumina oder die körperlichen Räume, durch welche sowohl feste als flüssige Körper mit einander verglichen werden.

Endlich die Pressungen oder die Gewichte, welche ebenfalls zur Vergleichung der Körper dienen.

1) Die Einheit des Längenmaaßes wird Mètre genannt. Die Einheit des körperlichen Maaßes beym Holze ist der Stère oder Cubik-Mètre *).

Die

*) Einen Cubus nennt man jeden Körper, der die Form eines Würfels hat, und worin alle Seiten einander gleich sind; und nachdem diese Seiten eine Elle, einen Schuh, einen Mètre lang sind, erhält er die Benennung einer Cubicelle, eines Cubicschuhes, Cubic-Mètres.

Die Einheit des körperlichen Maaßes bey den übrigen festen und flüssigen Substanzen wird Litre genannt.

Die Einheit des Gewichts heißt ein Gramme.

Um aus den vorher eingeführten Maaßen größere oder kleinere zusammen zu setzen, bedient man sich der Wörter

myria, kilo, hecto, deca, deci, centi, milli etc.

welche aus dem Griechischen und Lateinischen genommen sind, und welche respectiv

Zehntausende, Tausende, Hunderte, Zehner, Zehntel, Hundertel, Tausendtel u. s. w.

bezeichnen. Die Längenmaaße werden also folgende Reihe bilden:

myria-mètre, kilo-mètre, hecto-mètre, deca-mètre, Metre, deci-mètre, centi-mètre, milli-mètre etc.

Jedes dieser Maaße ist zehn mal größer als das darauf folgende, und zehn mal kleiner als das in dieser Reihe nächst Vorhergehende.

2) Der Litre ist das Maaß der körperlichen Ausdehnung; sein Inhalt ist ein Cubic-decimètre.

Die Benennungen der körperlichen Maaße werden eben so wie die der Längenmaaße zusammengesetzt; sie heißen also hecto-litre, decalitre, Litre, decilitre, centilitre etc.

3) Der Gramme ist dem Gewichte eines Cubic-

centimètre reines Wasser gleich. Der myriagramme, kilogramme, hectogramme, decagramme. Gramme, decigramme, centigramme etc. bilden eben so wie die übrigen Maaße eine Decimalreihe.

4) Der Are ist das Maaß der Flächen und einem Quadrat=*) decamètre gleich, das heißt, einem Quadrat, wovon jede Seite ein decamètre ist, oder er enthält hundert Quadrat=mètre. Es giebt nur zwey Vielfache vom are, welche von einigem Gebrauch seyn können; das eine ist der hectare, welcher hundert are, und das andere ist der Myriare, welcher deren zehntausend enthält.

Der Stère bey dem Brennholze ist ein Cubic=mètre, wobey Kloben von der Länge eines mètre vorausgesetzt werden, die in Quadrateinfassungen von einem mètre Seitenlänge, und auf sonst eine dergleichen Art über einander gelegt sind. Die Zusammensetzungen aus dem Stère scheinen von keinem sonderlichen Gebrauche seyn zu können.

6) Endlich führen die Abtheilungen der Münzen den Namen des franc, des decime und des centime. Ihre relativen Werthe sind ebenfalls immer zehn und zehn mal kleiner.

---

*) Ein Quadrat nennt man jede viereckigte Figur, woran alle vier Seiten einander gleich, und überdieß jede zwey an einander stoßende Seiten auf gleiche Art gegen einander geneigt sind.

welche das

Verhältnisse der Maaße einer jeden Art zu ihrem Hauptmaaße. In Buchstaben.	In Ziffern.	Erster Theil der Benennung, welche das Verhältniß zum Hauptmaaße angibt.
Zehntausend . . .	10000	Myria . . . . . (M)
Tausend.	1000	Kilo . . . . . . (K)
Hundert.	100	Hecto . . . . . (H)
Zehn	10	Deca . . . . . (D)
Eins	1	. . . .
Ein Zehntel . . .	0,1	Deci . . . . . (d)
Ein Hundertel .	0,01	Centi . . . . . (c)
Ein Tausendtel .	0,001	Milli . . . . . (m)

Verhältnisse der Hauptmaaße unter einander und zur Größe des Meridians . . . .

Der franc bestehet aus 5 gramme Silber mit 0,1 Kupfer vermischt.

Die hier beygefügte Tabelle zeigt die Vortheile der Einförmigkeit, welche in den Benennungen der Vielfachen und Unterabtheilungen der als Einheiten angenommenen Maaße anzutreffen ist. Zur Seite einer jeden Benennung findet man in einer Parenthese die vom Herrn Dillon vorgeschlagenen Abkürzungen.

§. 52.

Alle Aufgaben, in welchen es darauf ankommt, verschiedene Zahlen, welche Maaße von einerley Art ausdrücken, auf eine einzige zu bringen, lassen sich offenbar auf die Addition zurückführen.

Um also zu finden, was Jemand ausgegeben hat, der von einer gewissen Waare nach einander für $1334^{fr.},45$; $1951^{fr.},17$; $183^{fr.},11$ gekauft hat, braucht man bloß die obigen drey Zahlen zu addiren, und die Antwort auf die vorgelegte Frage wird sich in der Summe $3468^{fr.},73$ finden.

Wir wollen ferner annehmen, man habe vier Arten Stoffe gekauft, deren Längen durch $217^{mè},43$; $97^{mè},21$; $194^{mè},07$; $51^{mè},34$ ausgedrückt sind; so wird die Summe dieser 560,05 die ganze Quantität der Stoffe angeben.

Die Anwendung der Subtraction ist zu leicht, als daß wir dabey verweilen sollten.

§. 53.

Man findet offenbar durch die Multiplication den Werth einer gegebenen Anzahl Dinge von einerley Art und einerley Werth, wenn man diesen Letztern kennt, welcher so oft wiederholt werden muß, als die Anzahl der Dinge angiebt. Wenn z. B. der mètre von einem gewissen Zeug 19fr.,25 kostet, und es wird der Preis eines Stücks verlangt, welches 37mè.,14 enthält, so braucht man nur 19fr.,25 durch 37,14 zu multipliciren, und das Product 714fr.,95 wird der gesuchte Preis seyn.

Denn der Preis des ganzen Stücks muß aus dem eines mètre auf eben die Art zusammengesetzt seyn, wie die Länge dieses Stücks aus der eines mètre zusammengesetzt ist. Da nun dieses Stück den mètre 37 mal und noch 0,14 mal enthält, so muß es auch 37 mal 19fr.,25 und 0,14 von diesem Preise kosten. Diese beyden Operationen können in eine einzige zusammengezogen werden, wenn man 37,14 zum Multiplicator macht.

Man kann auch die Operation aus diesem sehr einfachen Gesichtspuncte betrachten. Stellt man sich nämlich zuvörderst unter 19fr.,25 den Preis eines centimètre des Stoffes, das ist, den der Ein-

heit der niedrigsten Ordnung des Multiplicators vor, so wird offenbar der ganze Preis erhalten, wenn man die Summe 19fr.,25, 3714 mal wiederholt; da aber 3714 eine hundert mal größere Zahl als der Multiplicator 37,14 ist, so wird man aus diesem Producte das Wahre erhalten, wenn man ein Hundertel davon nimmt, oder wenn man zwey Decimalziffern mehr absondert.

Endlich sieht man leicht ein, daß wenn der Preis eines mètre 19fr.,25 ist, der der Einheit der letzten Ordnung des Multiplicators, oder der des centimètre der hunderte Theil von gedachtem Preise, und also 0fr.,1925 seyn muß; und man wird den Preis von 37mè.,14 oder von 3714 centimètre finden, wenn man 0fr.,1915 durch 3714 multiplicirt.

§. 54.

Diese Art die Aufgaben aufzulösen, beruhet auf der Leichtigkeit, die Unterabtheilungen einer und derselben Gattung von Maaße in eine andere zu verwandeln, indem man nach den Bemerkungen des §. 10 das Comma in Ansehung der Stelle versetzt. Wenn man z. B. 314mè.,513 in decimètre verwandeln wollte, so würde man bloß das Comma um eine Stelle gegen die rechte Seite zu versetzen brauchen, und also 3145dmè.,13 erhalten, weil man alsdann den decimètre für die Einheit nimmt.

Läßt man das Comma gänzlich weg, so werden die millimètre Einheiten, und man erhält folglich die in der vorgelegten Größe enthaltenen millimètre durch $314513^{mmè.}$ ausgedrückt.

§. 55.

Man kommt von dieser letztern Unterabtheilung auf die, welche ihr nächst vorhergehen, das heißt auf die centimètre, decimètre, mètre zurück, wenn man nach einander eine, zwey, oder drey Decimalziffern absondert. Sonderte man deren vier ab, so würde man den decamètre für die Einheit nehmen, und $31^{Dmè.},4513$ erhalten. Fährt man auf diese Art fort, so wird man $3^{Hmè.},14513$ finden u. s. w.

Diese Betrachtungen, so wie die des vorhergehenden §. würden sich eben so leicht auf jede andere Art der Maaße des Decimalsystems anwenden lassen, und bieten einen der größten Vortheile desselben dar.

§. 56.

Wir wollen nun den Gebrauch der Division zeigen. Sie dient erstlich alle Aufgaben von folgender Gattung aufzulösen: Wenn man weiß, was eine gewisse Anzahl Dinge von einerley Werth gekostet hat, diesen Werth zu finden. Man kann diese auf eine sehr einfache Art auflösen, wenn man

in Erwägung zieht, daß der bekannte Preis nothwendigerweise das Product aus dem Preise eines Dinges durch die Anzahl derselben multiplicirt seyn muß (§. 53.). Dann hieraus folgt, daß wenn dieses Product durch den bekannten Factor, welcher die Anzahl der Dinge ist, dividirt wird, der andere Factor, oder der Preis eines einzelnen Dinges zum Quotienten kommen muß (§. 32).

Wir wollen z. B. annehmen, man habe 19$^{\text{mè.}}$,13 eines gewissen Stoffes mit 315$^{\text{fr.}}$,45 bezahlt, und es werde gefragt, wieviel ein mètre zu stehen kommt. Um dieses zu finden, dividire man 315$^{\text{fr.}}$,45 durch 19,13 und der Quotient wird 16$^{\text{fr.}}$,49 seyn.

Man könnte auch noch auf folgende Art zum Resultate gelangen: Wenn man 19$^{\text{mè.}}$,13 in 1913 centimètre verwandelt, und 315$^{\text{fr.}}$,45 durch 1913 dividirt, so würde man den Preis des centimètre haben, welchen man durch 100 multipliciren muß, um den eines mètre zu erhalten. Nun erhält man offenbar, wenn man mit dem Divisor 19,13 dividirt, welcher hundert mal kleiner als 1913 ist ein hundert mal größeres Resultat; und dieses wird also dem gesuchten Quotienten gleich seyn. Dividirt man also 315$^{\text{fr.}}$,45 durch 19,13, so findet man für den Preis eines mètre 16$^{\text{fr.}}$,49.

§. 57.

In folgender Frage sind der Dividendus und Divisor beyde von einerley Art, und der Quotient von verschiedener Art.

Es wird gefragt, wieviel kilogramme man von einer gewissen Waare für $529^{fr.},35$ erhalten würde, wenn ein kilogramme derselben $14^{fr.},5$ kostet. Die gesuchte Anzahl kilogramme muß offenbar derjenigen Zahl gleich seyn, welche angiebt, wie viel mal die Summe $529^{fr},35$ den Preis eines kilogramme $14^{fr.},5$ enthält. Wenn man nun 529,35 durch 14,5 dividirt, so wird der Quotient 36,50689 kilogramme und Unterabtheilungen dieser Gattung von Einheiten angeben.

§. 58.

Die Anwendung der Brüche ergiebt sich aus (§. 47). Wenn z. B. $\frac{3}{4}$ von $219^{fr.},6$ bestimmt werden soll, so hat man bloß $219^{fr.},6$ durch $\frac{3}{4}$ oder 0,75 zu multipliciren, und das Resultat wird 164,7 seyn.

Von den Proportionen.

§. 59.

Wir haben im Vorhergehenden die verschiedenen Methoden kennen gelernt, welche nothwendig sind, um an den Decimalzahlen die vier einfachen Operationen: die Addition, Subtraction, Multiplication und Division verrichten zu können; und da die Theorie der gewöhnlichen Brüche auf die der Decimalbrüche zurückgeführt werden kann (§. 46), so können alle Rechnungsaufgaben als aufgelößt betrachtet werden, sobald man durch eine aufmerksame Zergliederung derselben dahin gelangt ist, sie auf einige von diesen Operationen zurückbringen. Wir wollen nun einige dergleichen Beyspiele untersuchen, welche, indem sie den Leser in dem bisher vorgetragenen üben, ihn zugleich auf die sehr wichtige Theorie von den Verhältnissen und Proportionen führen.

§. 60.

Wenn ein Stück Tuch, welches 13 mètre Länge hat, 130 francs kostet, wie viel kostet ein Stück von demselben Tuch, welches 18 mètre Länge hat.

Wenn man wüßte, wieviel ein mètre des gekauften Tuches gekostet hat, so würde man diesen Preis 18 mal nehmen, und dadurch den Preis des

aus 18 mètres bestehenden Stücks erhalten. Da nun 13 mètres 130 francs kosten, so würde ein mètre nur den dreyzehnten Theil von 130 francs, das ist 10 francs kosten; und wenn man diese Zahl durch 18 multiplicirt, wird man 180 francs für die gesuchte Summe erhalten.

§. 61.

Wenn wir die vorhergehende Aufgabe und alle ihr ähnliche etwas genauer betrachten, so wird man leicht einsehen, daß die für ein Stück des erwähnten Stoffes zu zahlende Summe verdoppelt werden müßte, wenn dieses Stück eine doppelt so große Anzahl mètre als das erste enthalten sollte; daß der Preis drey mal so groß seyn würde, wenn die Anzahl mètre drey mal größer wäre; endlich, daß man für die Hälfte oder ein Zehntel des Stückes auch nur die Hälfte oder ein Zehntel des ganzen Preises zu zahlen brauchen würde.

Nächst diesen Betrachtungen ergiebt sich, daß bey zwey Stücken Tuch von einerley Sorte, der Preis des zweyten Stücks den des ersten so oft enthalten müsse als die Länge des zweyten Stückes die des ersten enthält; und dieses will man eigentlich ausdrücken, wenn man sagt, daß die Preise mit den Längen in Proportion stehen, oder daß die Preise

dasselbe Verhältniß zu einander haben, in welchem die Längen stehen.

§. 62.

Das Verhältniß der Längen ist die Zahl, welche ausdrückt, wie oft die eine dieser Längen die andere in sich begreift. Wenn das erste Stück 4 mètre und das zweyte 8 mètre hätte, so würde das Verhältniß dieser zur andern 2 seyn, weil 8 die 4 zwey mal enthält. Im obigen Exempel hatte das erste Stück 13 mètre und das zweyte 18 mètre; das Verhältniß dieses zum andern wäre also $\frac{18}{13}$. Ueberhaupt ist das Verhältniß zweyer Zahlen zu einander der Quotient der einen durch die andere.

Da nun die Preise dasselbe Verhältniß zu einander haben, welches unter den Längen anzutreffen ist, so muß 180 als der Preis des zweyten Stücks durch 130, als den Preis des ersten dividirt, ebenfalls $\frac{18}{13}$ zum Quotienten geben, welches sich auch wirklich zeigt, wenn man 180 durch 130 dividirt, da man vor der Ausführung der Division in beyden das Null hinweg lassen kann kann (§. 42), und dieß also eben so wie $\frac{18}{13}$ auf 18 : 13 zurückkommt.

Die vier Zahlen 13, 18, 130, 180 sind, in der hier hingeschriebenen Ordnung, so beschaffen, daß die zweyte die erste so viel mal enthält als die

vierte die dritte enthält, und bilden also eine Proportion. Die erwähnten Zahlen selbst werden die Glieder der Proportion genannt.

Man erklärt auch zuweilen die Proportion durch die Gleichheit zweyer Verhältnisse.

§. 63.

Um anzuzeigen, daß zwischen den vier Zahlen 13, 18, 130, 180 eine Proportion anzutreffen ist, schreibt man sie folgendermaßen: 13:18=130:180, und spricht es aus: 13 verhält sich zu 18 wie sich 130 zu 180 verhält; oder, 13 zu 18 wie 130 zu 180, welches so viel sagen will, daß 13 derselbe Theil von 18 ist als 130 von 180, oder: daß 13 eben so viel mal in 18 enthalten ist als 130 in 180; oder endlich daß das Verhältniß von 18 zu 13 mit dem von 180 zu 130 einerley ist.

Das erste Glied eines jeden Verhältnisses wird das vordere, und das zweyte das hintere Glied desselben genannt. In einer jeden Proportion gibt es demnach zwey vordere Glieder, nämlich das erste und dritte, und zwey hintere Glieder, nämlich das zweyte und vierte. In der Proportion 13:18=130:180 sind 13 und 130 die vordern, 18 und 180 aber die hintern Glieder.

§. 64.

Da nach §. 62 die Zahl, welche das Verhältniß ausdrückt, dem Quotienten aus dem zweyten Gliede durch das erste gleich ist; so ist das zweyte Glied das Product aus dem Verhältniß in das erste Glied: und das Product aus dem zweyten Gliede einer Proportion in das dritte, wird also das erste Glied, das Verhältniß, und das dritte Glied zu seinen Factoren haben. Da ferner aus denselben Gründen das vierte Glied dem Producte aus dem dritten in eben dasselbe Verhältniß gleich seyn muß; so werden die Factoren des Products aus dem ersten und vierten Gliede, das dritte Glied, das Verhältniß und das erste Glied seyn. Da nun das Product einerley bleiben muß, in welcher Ordnung man auch seine Factoren in einander multipliciren mag, so folgt: daß wenn vier Zahlen in Proportion stehen, das Product aus dem ersten und letzten, oder aus den beyden äußern Gliedern dem aus dem zweyten und dritten, oder aus beyden mittlern Gliedern gleich seyn muß. In der mehrerwähnten Proportion 13:18=130:180 ist auch wirklich das Product aus 13 in 180 dem aus 18 in 130 gleich.

Um also zu probiren, ob vier Glieder in der hingeschriebenen Ordnung in Proportion sind, braucht

man bloß zu untersuchen, ob das Product der äußern Glieder dem der mittlern gleich ist.

§. 65.

Die erste Folgerung, welche sich aus dem Vorhergehenden herleiten läßt, ist diese, daß man die Glieder einer Proportion versetzen kann, wofern die eingeführte Versetzung von der Beschaffenheit ist, daß das Product der äußern Glieder dem der mittlern gleich bleibt. Mit der Proportion 13 : 18 = 130 : 180 lassen sich also folgende Versetzungen annehmen:

$$13 : 18 = 130 : 180$$
$$13 : 130 = 18 : 180$$
$$180 : 130 = 18 : 13$$
$$18 : 13 = 180 : 130$$
$$18 : 180 = 13 : 130$$
$$130 : 13 = 180 : 18$$
$$130 : 180 = 13 : 18$$

dann in jeder derselben bleibt das Product aus den äußern und das der mittlern Glieder aus einerley Factoren gebildet. Die zweyte Versetzung, welche in der Verwechslung der mittlern Glieder besteht, ist eine von den am häufigsten vorkommenden. Diese Versetzungen dürfen jedoch nur dann geschehen, wenn es verstattet ist, alle Glieder der Proportion als abstracte Zahlen zu betrachten.

§. 66.

Da das Product der äußern Glieder dem der mittlern gleich ist, so kann man auch das eine statt des andern nehmen; und da man, wenn das Product der äußern durch ein äußeres dividirt wird, nothwendigerweise das andere zum Quotienten finden muß, so muß auch, wenn das Product der mittlern durch ein äußeres dividirt wird, ebenfalls das andere äußere zum Quotienten kommen. Aus eben der Ursache muß, wenn man das Product der äußern durch ein mittleres dividirt, das andere mittlere zum Quotienten kommen.

Man kann daher irgend ein Glied einer Proportion finden, wann die drey übrigen bekannt sind; denn das gesuchte Glied kann nur entweder eins von den mittlern oder eins von den äußern seyn.

Die Aufgabe des §. 60 läßt sich nach einer von den obigen Regeln auflösen; denn sobald man eingesehen hat, daß die Preise beyder Stücke Tuch mit der Anzahl der mètre, welche jedes derselben hält, in Proportion stehen, kann man diese Proportion folgendermaßen schreiben $13:18=130:x$, indem man den Buchstaben x an die Stelle des gesuchten Preises des Stücks von 18 mètre setzt; man findet diesen Preis, welcher eins der äußern Glieder ist,

wenn man die beyden mittlern, 18 und 130, in einander multiplicirt, welches 2340 giebt, und dann dieses Product durch das bekannte äußere 18 dividirt, wo man zum Resultat 180 findet.

Die Operation, nach welcher man, wenn irgend drey Glieder einer Proportion gegeben sind, das vierte daraus finden kann, wird die Regel Detri genannt.

§. 67.

Wir wollen noch einige Anwendungen der Regel Detri zeigen, und zuvörderst annehmen, daß ein Arbeiter 217,5 mètres in 9 Tagen verfertiget habe, und nun gefragt würde, wie viel Tage er brauchen würde, um 423,9 mètres zu verfertigen, in der Voraussetzung, daß er immer auf einerley Art arbeite.

In dieser Aufgabe ist die gesuchte Zahl eine Anzahl Tage, welche die 9 Tage, die angewendet worden sind um 217,5 mètres zu verfertigen, eben so oft enthalten muß als 423,9 die 217,5 enthält; man hat also folgende Proportion $217{,}5 : 423{,}9 = 9 : x$, und man wird für x 17,54 erhalten.

§. 68.

Die ganze Schwierigkeit, welche sich noch darstellen könnte, bestehet in der Art die Proportion anzu-

anzusetzen, wozu man sich folgender Regeln bedienen kann.

Unter den vier Gliedern, welche eine Proportion bilden sollen, giebt es zwey gleichnahmige Zahlen, und wiederum zwey andere unter sich ebenfalls gleichnahmige, aber von anderer Art, als die ersten beyden sind. Im vorhergehenden Beyspiele drückten zwey Glieder mètre, und die beyden andere Tage aus.

Man muß daher die beyden Glieder einerley Art von einander unterscheiden, und nachdem dieses geschehen, muß nothwendiger Weise der Quotient des größern Gliedes der zweyten Art, durch das kleinere Glied eben dieser Art dividirt, dem Quotienten gleich seyn, welchen das größere Glied der ersten Art durch das kleinere eben dieser Art dividirt giebt, und man wird also folgende Proportion haben:

Das kleinere Glied der ersten Art
ist
zum größern Gliede dieser Art
wie
das kleinere Glied der zweyten Art
zum
größern Gliede eben dieser Art.

Im vorhergehenden Exempel giebt diese Regel unmittelbar 217,5 : 423,9 = 9 : ;x denn das gesuchte Glied muß größer als 9 seyn, weil man desto mehr Tage braucht, je mehr Arbeit man verrichtet.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

§. 69.

Wenn man die Anzahl Tage berechnen wollte, die 27 Arbeiter zur Ausführung eines Werks brauchen, über welches 15 eben so schnelle Arbeiter 18 Tage zugebracht haben, so würde man gleich einsehen, daß desto weniger Tage erfordert werden, je mehr der Arbeiter sind, und umgekehrt. Auch in diesem Falle findet eine Proportion Statt, aber in einer umgekehrten Ordnung; denn wenn z. B. die Anzahl der Arbeiter im zweyten Falle das Dreyfache von der im ersten wäre, so würden sie nur den dritten Theil der Zeit angewendet haben, welche die ersten brauchten. Es müßte also die erste Anzahl Tage die zweyte so oft enthalten, als die zweyte Anzahl Arbeiter die erste enthält.

Da die Ordnung, in welcher diese Größen einander enthalten, die umgekehrte von derjenigen ist, in welcher sie ausgesprochen worden sind, so sagt man, daß die beyden Zahlen der Arbeiter im umgekehrten Verhältniß der die Tage ausdrückenden Zahlen stehen. Wenn man die beyden ersten und die beyden letzten in der Ordnung, in welcher sie sich darstellen, mit einander vergleicht, so würde das Verhältniß der einen 3, und das der andern $\frac{1}{3}$ seyn.

Die Regel des vorhergehenden §. vereinfacht diese Betrachtungen sehr; denn wenn man die beyden

Bayerische Staatsbibliothek München

Zahlen der Arbeiter für die Größen der ersten Art, die beyden Zahlen der Tage für die der zweyten Art annimmt, und die ersten sowohl als die andern nach der Ordnung ihrer Größe ansetzt, so hat man diese Proportion:

$$15 : 27 = x : 18;$$

woraus man für x 10 erhält.

§. 70.

Wir wollen nun noch einige Exempel zur Uebung hersetzen.

1) Es hat jemand 3575 Francs in eine Handlung gelegt, zu 5 Procent jährlicher Interessen; es fragt sich, wie viel die Interessen seines Capitals nach Ablauf eines Jahres betragen werden.

Der Ausdruck 5 Procent, welchen man folgendermaßen bezeichnet: 5 p. $\frac{0}{0}$ bedeutet, daß eine Summe von 100 Francs nach Verlauf eines Jahres 5 Francs Interessen tragen. Nehmen wir nun die beyden Capitalien für die Größen der ersten Art, und die beyden Interessen für die der zweyten Art, so wird man haben:

$$100 : 3575 = 5 : x,$$

woraus man, wenn das Product der mittlern Glieder durch das erste dividirt wird, für x 178,75 Francs findet.

2) Ein Kaufmann versprach 800 Francs nach einem Jahre zu bezahlen. 4 Monate vor der Zahl-

Bayerische Staatsbibliothek

zeit bringt man seinen Wechsel einem Banquier, welcher diese Summe zahlen soll. Es soll nun berechnet werden, wie viel der Banquier dafür geben muß. Da dieser Letztere eine Summe Geldes aus seiner Kasse hergiebt, welche er erst nach 4 Monaten zurück erhält, so müssen sich bey der Zurückbezahlung, die ihm geleistet wird, auch die Interessen seines Geldes befinden.

Wir wollen annehmen, daß die jährlichen Interessen 6 p. % sind, so werden die Interessen von 4 Monaten den dritten Theil derselben betragen; es wird daher eine durch 4 Monate gestandene Summe von 100 Francs, 2 Francs Interessen bringen; das heißt, derjenige, welcher dieselbe geliehen hat, muß 102 Francs dafür bezahlen. Da nun die erwähnten 800 Francs eine ähnliche Zurückbezahlung sind, so hat man folgende Proportion:

102 Francs : 100 Francs = 800 : x,

woraus man 784,31 für den Werth von x erhält, d. h. für die Summe, welche der Banquier zahlen muß.

Diese Operation, durch welche man den Werth einer vorher zu bezahlenden Summe berechnet, wird die Rabattrechnung genannt.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hahn, Elkan M.,

Erleichterter Unterricht in der Decimalrechenkunst nebst deren Anwendung auf das im Königreich Westphalen eingeführte System der Münzen, Maasen und Gewichte

Cassel 1809

BHS II K 18
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708105-5